

## Aplicación de modelos de series de tiempo a un componente iónico (alcalinidad total) indicativo de la calidad del agua en el embalse de Yacyreta

### Application of models for time series to an ionic component (total alkalinity) indicative of water quality in the Yacyreta reservoir

Teófilo Díaz<sup>1</sup>, Pedro Puig<sup>2</sup>, Gabriela Damilano<sup>3</sup> & Juan Mereles<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional de Asunción, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Departamento de Estadística. E-mail: teoadiazg@gmail.com

<sup>2</sup>Universidad Autónoma de Barcelona. E-mail: ppuig@mat.uab.cat

<sup>3</sup>Universidad Nacional de Río Cuarto. Córdoba, Argentina. E-mail: gdamilano@gmail.com

<sup>4</sup>Universidad Nacional de Asunción, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Departamento de Estadística. E-mail: jimereles1991@gmail.com

**Resumen:** El embalse de Yacyretá proporciona energía eléctrica a Paraguay y Argentina sobre el río Paraná. Es importante verificar el impacto que la formación del embalse ha generado sobre la calidad del agua evaluando sus componentes iónicos. El trabajo consiste en verificar los cambios ocurridos en uno de estos componentes, la Alcalinidad Total, en el espacio-tiempo, con modelos de series temporales, durante el periodo comprendido desde febrero/2001 a noviembre/2010. Los objetivos específicos fueron: analizar los datos de manera descriptiva y su interpretación; construir un modelo univariante que describa el comportamiento; seleccionar el mejor modelo y prever los valores futuros. Se usaron los datos de 3 estaciones del programa de monitoreo de calidad del agua del EBY/FACEN. Con los datos originales se crearon nuevas series que corresponden a las diferencias entre puntos de muestreo. Se utilizó el enfoque de Box-Jenkins y el principio de parsimonia para la elección de modelos. Las series originales y sus transformadas se analizaron mediante modelos ARIMA estacionales (SARIMA(p,d,q) x(P,D,Q)<sub>s=12</sub>), con datos incompletos. Tanto para las series originales como para sus transformadas se analizaron y compararon aquellos modelos con menor AIC. El mejor modelo univariado de las series originales resultó ser  $m_1 = \text{SARIMA}(1,1,1) \times (0,1,1)_{12}$  y para las series transformadas  $m_6 = \text{SARIMA}(2,0,2) \times (0,1,1)_{12}$ . Las series originales presentan comportamientos similares, con ligera tendencia lineal creciente con pendiente constante, con estacionalidad anual y con varianza constante. Idénticas características presentan las series transformadas pero sin tendencia. No existen variaciones espaciales, pero sí temporales para las series originales, observando que los valores aumentan con el tiempo. Las series transformadas presentan un comportamiento similar aunque sin tendencia. Las predicciones son factibles, para series originales hasta los 20 meses y las transformadas hasta 12 meses posteriores. Utilizando los valores comprendidos desde diciembre/2010 a agosto/2015, tanto para las series originales como para las transformadas, se comprobó que los modelos seleccionados son fiables, ya que la mayoría de los datos cayeron dentro de los intervalos de predicción.

**Palabras Clave:** Series de Tiempo; Componentes Iónicos (Alcalinidad Total), Calidad de Agua; Embalse de Yacyreta.

**Abstract:** The Yacyreta reservoir provides electric energy to Paraguay and Argentina on the Parana river. It is important to verify the impact that the formation of the reservoir has generated on the quality of the water evaluating its ionic components. This assignment consists in verifying the changes occurred in one of the ionic components, Total Alkalinity, in space-time, with models for time series, during the period among february 2001 and november 2010. The specific aims were: to analyze and interpret the data and in a descriptive way, to build a univariate model that describes the behavior, to select the best model and predict the future values. Data corresponding to three stations were used, from the EBY/FACEN's water quality monitoring program. New series that correspond to the differences among points were created with the original data of sampling. The Box-Jenkins model and the principle of parsimony were used for the choosing of models. The original series and their transformed was analyzed through ARIMA stationary models (SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)<sub>s=12</sub>). The dates present absent values that occupy only 2.5% of the total group and that are not excluded according the procedure established by Vo-Day (1978) for ARIMA models with incomplete data. Both the original series and their transforms were analysed and compared those models with lower AIC. The best univariate model of the original series resulted to be  $m_1 = \text{sarima}(1,1,1)(0,1,1)_{12}$  and for the best univariate model for the transformed series data was  $m_6 = \text{sarima}(2,0,2)(0,1,1)_{12}$ . The original series presents similar behaviors, with a slight constant linear tendency with constant pendent, with annual stationarity and constant variance. The transformed

Recibido: 02/08/2013 Aceptado: 07/11/2018



series present identical traits, but without the tendency. There are no spatial variations, but there are temporal variations for the original series; observing the values are increase with time. The transformed series present a similar behavior although without tendency. Predictions are feasible for original series up to 20 months and for transformed series up to 12 months later. Using the values from December 2010 to August 2015, both for the original and for the transformed series, it was found that the selected models are reliable, since most of the data fell within the prediction intervals.

**Keywords:** *Time Series; Ionic Components (Total Alkalinity), Water Quality; Yacyreta reservoir.*

## Introducción

A comienzos del siglo XX aparecieron los primeros antecedentes sobre estudios relativos al aprovechamiento del río Paraná, época en que la generación de electricidad se basaba fundamentalmente en la utilización del carbón mineral, muy escaso en estas latitudes. Paraguay y Argentina a través de sus gobiernos y un convenio firmado el 23 de enero de 1958, decidieron realizar estudios técnicos de cara a la obtención de energía eléctrica del río Paraná, a la altura de las islas de Yacyretá y de Apipé, y así mejorar las condiciones de navegabilidad de dicho río. Luego de la crisis mundial petrolera, en 1973 se hizo eco la construcción el Embalse de Yacyretá, comenzando a generar energía en septiembre de 1994 (<http://www.eby.gov.py/index.php/institucional/historia>, 2018).

No obstante, la creación de embalses altera el comportamiento de la circulación de las aguas, provocando cambios sustanciales en las concentraciones de compuestos químicos que son arrastrados hacia las profundidades (O'Conner, 1976). Muchos lagos y embalses poseen una entrada y una salida, por lo que son considerados ríos de caudal lento, y el tiempo de residencia asegura que las aguas se clarificarán por la actividad bacteriana, eliminando materia orgánica además de los procesos de floculación y sedimentación, convirtiéndose en sedimentadores de partículas (Steele, 1971).

De hecho, las aguas superficiales, en particular, son recursos renovables con una capacidad limitada de recuperación ante los impactos negativos de la actividad humana. Su calidad influye en los usos del agua de lagos, mares, ríos y otras fuentes de aguas superficiales o subterráneas, que depende del uso que se le da. En este sentido, y dado que el agua es un recurso natural escaso, su calidad, entendida

como la capacidad intrínseca que tiene el agua para responder a los usos que se podría obtener de ella, debe ser protegida, defendida y gestionada apropiadamente.

El agua pura es un líquido incoloro, inodoro e insípido, cuyos parámetros son características físicas, químicas, biológicas y radiológicas que permiten detectar cuál es el grado de contaminación que presenta (Valencia, 2007). No obstante, toda agua contiene algo de sal, incluso las denominadas dulces, sin embargo, el problema surge cuando aumenta hasta el grado en que se amenaza la vida de poblaciones de flora y fauna acuática o se inutiliza para regar o beber (Interconsulting Bureau S.L., 2017).

Normalmente la salinidad de las aguas dulces está definida completamente por cuatro Cationes principales y por tres Aniones, de manera que la presencia natural de estos componentes en concentraciones apropiadas define la tipología del agua y su calidad. Teóricamente, la suma de los aniones en la muestra de agua, expresada en  $\text{mgL}^{-1}$ , debe ser exactamente igual a la suma de los cationes expresada de la misma forma (Guía Operativa GEMS/AGUA, 1994).

Diversos estudios (ver Rodriguez et al. 2001) muestran que la *Alcalinidad Total*, como ion mayoritario, es fundamental para definir la composición iónica (tipología del agua) midiendo así su calidad; razón por la cual se ha seleccionado esta variable para estudiar su comportamiento, en las tres estaciones de muestreo (Entrada, Centro y Salida) del Embalse de Yacyretá.

La Alcalinidad Total,  $\text{HCO}_3^-$ , es una medida de los compuestos alcalinos o básicos que están presentes en el agua; regularmente se encuentra en forma de hidróxidos, carbonatos y bicarbonatos de calcio, potasio, sodio y magnesio. Cada compuesto

produce su alcalinidad específica, pero para fines de calidad y tratamiento del agua se considera la suma de todas ellas (Alcalinidad Total), cuyos límites razonables están entre  $30 \text{ mgL}^{-1}$  y  $250 \text{ mgL}^{-1}$ . Si es inferior a  $10 \text{ mgL}^{-1}$  no es deseable porque convierte el agua en muy corrosiva, ya que las bajas concentraciones disminuyen la capacidad amortiguadora del agua, existiendo el riesgo de que se produzcan fuertes variaciones de pH; por el contrario, las altas concentraciones pueden provocar depósitos salinos en suelos agrícolas por la evaporación.

En este sentido, el presente trabajo consiste en verificar a través de modelos de series temporales los cambios ocurridos con la formación del Embalse de Yacyretá en la *Alcalinidad Total* en el transcurso del tiempo (periodo desde febrero/2001 a agosto/2015) y espacio (tres estaciones de muestreo). A tal fin, se plantearon como objetivos: estudiar el comportamiento espacio-temporal, analizar los datos observados de manera descriptiva, construir un modelo univariante que describa el comportamiento del proceso, seleccionar el modelo de mejor ajuste en las tres estaciones de muestreo y predecir el comportamiento futuro de la serie a partir del modelo elegido para determinar el posible impacto del embalsamiento sobre este componente.

### Materiales y métodos

La central hidroeléctrica Yacyretá se ubica a 83 m sobre el nivel del mar, sobre un tramo del río Paraná a unos 2 km. aguas abajo de los rápidos de Apipé, al S.E. de la República del Paraguay y N.E. de la República Argentina, situándose las obras de cabecera en Rincón Santa María (R.A.), N.O. de la Isla Yacyretá (R.P.) y tierra firme paraguaya, próxima a la ciudad de Ayolas (Departamento de Misiones, Paraguay) e Ituzaingó (Provincia de Corrientes Argentina). El complejo dista a 90 km del eje de Encarnación-Posadas, a 320 km de Asunción y a 1470 km de la ciudad de Buenos Aires medidos sobre la vía navegable. El embalse posee su margen derecha (MD) sobre la República de Paraguay y su margen izquierda (MI) en la República Argentina (Carrizo & Brunstein, 2010; <http://www.eby.gov.py>, 2018).

Los monitoreo sobre la calidad del agua en dicha zona, principalmente se realizan en tres estaciones o puntos de muestreo, como son: Entrada, Centro y Salida del Embalse de Yacyretá. El primer punto corresponde al Eje Candelaria-Campichuelo [EI-1C] considerado como Entrada; el segundo al Centro del Embalse ubicado a 60 km aproximadamente agua abajo de la Entrada [EI-4C(s)] y el último, Eje Itá Ybaté-Panchito López considerado como Salida [EI-8C] (Ubicado a 80 km aproximadamente del Centro del Embalse).

En este trabajo, se utilizaron datos provenientes de distintos convenios sobre Calidad del Agua, que la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (FACEN) viene desarrollando con la Entidad Binacional Yacyreta (EBY). Abarca el periodo de febrero/2001 a noviembre/2010, por una parte (para construcción de los modelos), y desde diciembre/2010 a agosto/2015 (para validación de los modelos), en las tres estaciones de muestreo [Entrada ( $E_t$ ), Centro ( $C_t$ ) y Salida ( $S_t$ )]. La toma de muestras se hizo de manera mensual en un total de 118 meses, en la primera parte, y con mediciones discontinuas en la segunda parte con un total de 25 datos, entre ellos trimestrales y bimestrales, sobre todo a partir del octubre/2012.

Particularmente, se utilizaron los valores correspondientes a la variable *Alcalinidad Total* expresadas en  $\text{mgL}^{-1}$  y considerada como ión mayoritario, como componente cuyo comportamiento temporal y espacial mediante modelos de series temporales es objeto del presente estudio. Además, se construyeron nuevas series cronológicas, a partir de los datos originales que corresponden a los valores de las diferencias en cada uno de los puntos de muestreo [Entrada vs Centro ( $EC_t$ ), Entrada vs Salida ( $ES_t$ ) y Centro vs Salida ( $CS_t$ )].

En este trabajo, en primer lugar, los datos fueron analizados de manera descriptiva, enfocando tal análisis en la medidas de tendencias centrales y de variaciones, para la *Alcalinidad Total*, que forma parte de los *componentes iónicos*. Luego, se han hecho ajustes con los llamados modelos *ARIMA estacionales*, indicados también como *SARIMA* ( $p, d, q$ ) $\times$ ( $P, D, Q$ ) $_s$ , siguiendo los pasos de

la metodología propuesta por Box y Jenkins (1976), que es una metodología unificada para estudiar series estacionarias y no estacionarias, estacionales o no, mediante el componente aleatorio puro reflejado en los residuos (Viñals, 2001).

Las series no estacionarias son las más habituales y algunas de ellas necesitan ser diferenciadas un cierto número de veces para convertirlas en estacionarias. Un tipo de serie no estacionaria es aquella que presenta estacionalidad, lo que significa que su valor esperado no es constante pero varía con una pauta cíclica,  $E(Z_t) = E(Z_{t+s})$  (Peña, 2005). Todos estos modelos en su mayoría restringen su uso a series completas de datos tomados en intervalos regulares. Sin embargo, los datos relacionados con la calidad del agua en la mayoría de los casos no presentan estas características, ya sea por variaciones en los métodos de análisis, imposibilidad de medición por falta de agua en ciertos meses del año, etc. (García, 1989).

Afortunadamente, la falta de mediciones en los datos analizados en este trabajo no son excesivas, solo representando el 2.5% del total del conjunto de datos observados. Estos valores no han sido reemplazados, ya que no superan el 10% como límite (y tampoco se encuentran muy próximos al primer valor) establecido por Vo-Day (1978) para la estimación de modelos ARIMA en series incompletas.

En este sentido, cualquier modelo ARIMA estacional (Peña, 2005), que en términos del operador retardo B tiene la forma:

$$\Phi_p(B^s)\Theta_q(B)\Delta_s^D\Delta^d Z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)A_t \dots\dots (1)$$

donde  $\Phi_p(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{s^2} - \dots - \Phi_p B^{sp}$  es el operador autoregresivo (AR) estacional de orden  $p$ ,  $\Theta_p(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_p B^p$  es el operador AR regular de orden  $p$ ,  $\Delta_s^D = (1 - B)^D$  y  $\Delta^d = (1 - B)^d$ , representan las diferencias estacionales, y regulares,  $\Theta_Q(B^s) = 1 + \Theta_1 B^s + \Theta_2 B^{s^2} + \dots + \Theta_Q B^{sQ}$  es el operador media móvil (MA) estacional de orden  $Q$ ,  $\theta_q(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^{sq}$  es el operador MA regular de orden  $q$  y  $A_t$  es un proceso de ruido blanco.

Para la selección y evaluación de los modelos

de series temporales se utilizaron, los Criterios de información de Akaike (AIC), la metodología de Box y Jenkins y el Principio de Parsimonia (Peña, 2005). En específico, la metodología de Box y Jenkins (1976), consta de tres etapas: (1) *Identificación* del posible modelo ARIMA que sigue la serie, (2) *estimación* de los parámetros (y su error estándar) de las partes AR y MA del modelo por máxima verosimilitud y los residuos del modelo, (3) *diagnosis del modelo*, mediante sus residuos, que no debe contener información para que el modelo sea bueno y poder utilizar para previsión.

No obstante, las predicciones tienen poca utilidad sin una medida de su precisión, y para ello la distribución de los errores de predicción y los intervalos de confianza de las predicciones son técnicas usuales imprescindibles (Peña, 2005). Sin embargo, la información contenida en la autocorrelación ( $\rho_k$ ) es otro punto importante para la precisión de las predicciones, ya que un valor no nulo (significativo) indica que existe correlación entre informaciones separadas  $k$  unidades de tiempo, es decir, la historia se transmite  $k$  unidades de tiempo más allá, por lo tanto, las predicciones serían factibles para  $t + k$  unidades temporales (Viñals, 2001).

Las construcciones de los modelos de series temporales así como las estimaciones y las validaciones fueron realizados en este trabajo mediante los siguientes pasos: a) Ajustes individuales para cada una de las estaciones de muestreo, b) Unificación de los modelos (modelo más razonable) teniendo en cuenta lo seleccionado previamente, c) Evaluación de la predicción mediante las gráficas de los valores reales con los valores estimados incluyendo los intervalos de confianza de dichas predicciones, para verificar que los valores reales de las series (a partir de diciembre/2010), caen o no dentro de los intervalos de las predicciones; el mismo enfoque se utilizó para los datos transformados, eligiendo el modelo más razonable con el criterio de AIC, de Box-Jenkins y con el principio de parsimonia.

Tanto en las series originales como en las transformadas (Tabla 1 y Tabla 2), se seleccionaron aquellos modelos SARIMA  $(p, d, q) \times (P, D, Q)_{s=12}$  con menor AIC. Para las series originales se con-

**Tabla 1.** Modelos SARIMA( $p, 1, q$ )x( $P, 1, Q$ )<sub>s=12</sub> ajustados en las series originales (Fuente: Díaz, 2013).

$m_1 = SARIMA(1, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$
$m_2 = SARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$
$m_3 = SARIMA(0, 1, 2)(0, 1, 1)_{12}$

sideró una diferencia regular ( $d = 1$ ) debido a la tendencia, y una diferencia estacional ( $D = 1$ ) debido a la estacionalidad anual ( $s = 12$ ). En cambio las series transformadas ( $EC_p$ ,  $ES_t$  y  $CS_t$ ) se consideraron como estacionarias ( $d = 0$ ) pero con diferencia estacional ( $D = 1$ ), dando lugar a los modelos SARIMA ( $p, d, q$ )x( $P, D, Q$ )<sub>12</sub>, estacionales sin tendencia.

El procesamiento de datos se llevó a cabo con Excel office 2007, SPSS11.5 (FACEN) para el análisis descriptivo preliminar y R-Proyect 3.4.4 para realizar el ajuste de modelos de series temporales.

## Resultados

### Análisis Descriptivo

En principio y con el objeto de ofrecer una síntesis de las características estadísticas de las muestras de agua según su distribución espacial en todo el período estudiado, se realizó un análisis descriptivo de la *Alcalinidad Total* registrada en cada una de las tres estaciones de muestreo. Del análisis univariado (Tabla 3) se desprende que: el promedio presenta un incremento desde la entrada al centro y desde el centro a la salida, siendo igual la mediana en todos los puntos; las modas presentan un incremento desde la entrada al centro, disminuyendo desde el centro a la salida; la variabilidad de los datos se

**Tabla 2.** Modelos SARIMA( $p, 0, q$ )x( $P, 1, Q$ )<sub>s=12</sub> ajustados en las series transformadas (Fuente: Díaz, 2013).

$m_1 = (0, 0, 0)(0, 1, 1)_{12}$
$m_2 = (0, 0, 0)(1, 1, 1)_{12}$
$m_3 = (0, 0, 0)(0, 1, 2)_{12}$
$m_4 = (0, 0, 1)(0, 1, 1)_{12}$
$m_5 = (1, 0, 0)(0, 1, 1)_{12}$
$m_6 = (2, 0, 2)(0, 1, 1)_{12}$
$m_7 = (1, 0, 1)(0, 1, 1)_{12}$
$m_8 = (0, 0, 1)(0, 1, 2)_{12}$
$m_9 = (2, 0, 1)(0, 1, 1)_{12}$

incrementa desde la entrada al centro y disminuye desde el centro a la salida.

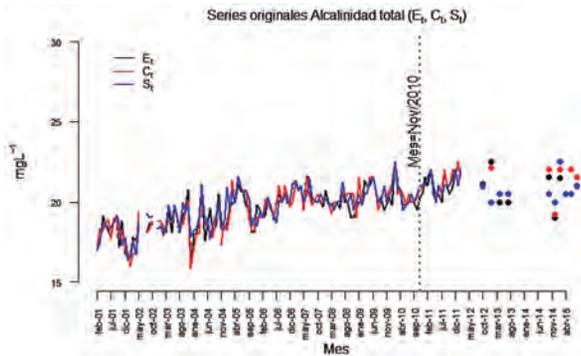
La gráfica de las series cronológicas originales (Figura 1), muestra el comportamiento temporal de la *Alcalinidad Total* en cada uno de los puntos de muestreo. Presentan una estructura muy similar a lo largo del tiempo para cada una de las estaciones; una tendencia lineal creciente constante y suave, donde los valores se repiten cada año aproximadamente [estacionalidad de orden 12 ( $s=12$ )]. Se observa también una varianza constante, sobre todo en los meses posteriores a oct/2005, un poco más inestables en las observaciones anteriores hasta oct/2003.

### Modelos de series temporales univariadas

La construcción de modelos se ha realizado para *Alcalinidad Total* en las tres estaciones de muestreo:

**Tabla 3.** Estadísticos descriptivos principales de *Alcalinidad Total*, por estaciones de muestreo (Fuente: Díaz, 2013).

Estaciones de Muestreo	Media	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo	Rango	Desviación Típica
Entrada	19,46	19,80	20,00	16,00	22,50	6,50	1,19
Centro	19,49	19,80	20,50	15,80	22,50	6,70	1,31
Salida	19,60	19,80	20,00	16,40	22,50	6,10	1,17



**Figura 1.** Comportamiento de la Alcalinidad Total (serie original) por estaciones de muestreo (E, C, y S).

Entrada ( $E_t$ ), Centro ( $C_t$ ) y Salida ( $S_t$ ), y también para las nuevas series construidas a partir de las series originales mediante la transformación de las diferencias de valores entre dichas estaciones: Entrada vs Centro ( $EC_t$ ), Entrada vs Salida ( $ES_t$ ) y Centro vs Salida ( $CS_t$ )<sup>1</sup>. Para tal fin, se evaluaron estos modelos mediante el criterio de la significación de los coeficientes del modelo, el estudio de la Función de AutoCorrelación (ACF) y de la Función de AutoCorrelación Parcial (PACF) de los residuos, y la valoración de los valores predichos. Todo ello forma parte de la metodología de Box-Jenking (1976).

**Modelos para series cronológicas originales**

**a) Alcalinidad Total (Entrada)**

En la *entrada*, los modelos  $m_1$ ,  $m_2$ , y  $m_3$  presentan las siguientes características resumidas en la Tabla 4: El modelo  $m_1$  tiene un AIC = 287,91, tres

coeficientes de los cuales uno es no significativo ( $ar_1$  o  $\phi_1$ ), buenas predicciones y los residuos (Error) pueden considerarse como ruidos blancos. El modelo  $m_2$  con un AIC = 288,59; dos coeficientes todos significativos; predicciones razonables (variabilidad creciente) y los residuos son ruidos blancos. El modelo  $m_3$  con un AIC = 288,17; tres coeficientes de los cuales, uno es no significativo ( $ma_2$  o  $\theta_2$ ); predicciones buenas y los residuos son ruidos blancos.

**b) Alcalinidad Total (Centro)**

En el *centro*, los modelos  $m_1$ ,  $m_2$ , y  $m_3$  presentan las siguientes características: El modelo  $m_1$  tiene un AIC = 298,60; tres coeficientes de los cuales uno es no significativo ( $sma_1$  o  $\Theta_1$ ); buenas predicciones y los residuos son ruidos blancos. El modelo  $m_2$  con un AIC = 303,34; dos coeficientes, todos significativos; predicciones razonables (variabilidad creciente) y los residuos no discrepan demasiado del ruido blanco (1 coeficiente fuera de la banda de confianza). El modelo  $m_3$  con un AIC = 300,85; tres coeficientes todos significativos; buenas predicciones y los residuos son ruidos blancos (Tabla 5).

**c) Alcalinidad Total (Salida)**

En la *salida*, los modelos  $m_1$ ,  $m_2$ , y  $m_3$  presentan las siguientes características: El modelo  $m_1$  tiene un AIC = 273,14; tres coeficientes, todos significativos; buenas predicciones y los residuos son ruidos blancos. El modelo  $m_2$  con un AIC = 278,02; dos

**Tabla 4.** Resumen de los modelos  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  ajustados para *Alcalinidad Total* en la entrada. **Abreviaturas:** Coef) Coeficiente; **Sig)** Significativo; **RB)** Ruido Blanco (Fuente: Díaz, 2013).

Alcalinidad Total (Entrada)	AIC	Coef. Sig.	Coef. No Sig.	Total Coef.	Predicción	Error
$m_1 = SARIMA(1,1,1) \times (0,1,1)_{12}$	287,91	2	1( $ar_1$ o $\phi_1$ )	3	Bueno	RB
$m_2 = SARIMA(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$	288,59	2	0	2	Razonable	RB
$m_3 = SARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{12}$	288,17	2	1( $ma_2$ o $\theta_2$ )	3	Bueno	RB

<sup>1</sup>En este apartado  $C_t$  y  $S_t$  representan los valores de las series cronológicas originales de Alcalinidad Total en las estaciones *Centro* y *Salida*, y no las componentes de las series de tiempos *Ciclo* y *Estacionalidad*.

**Tabla 5.** Resumen de los modelos  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  ajustados para *Alcalinidad Total* en el centro. **Abreviaturas:** **Coef**) Coeficiente; **Sig**) Significativo; **RB**) Ruido Blanco; **NRB**) No Ruido Blanco (Fuente: Díaz, 2013).

Alcalinidad Total (Centro)	AIC	Coef. Sig.	Coef. No Sig.	Total Coef.	Predicción	Error
$m_1 = \text{SARIMA}(1,1,1)x(0,1,1)_{12}$	298,60	2	1 ( $sma_1$ o $\theta_1$ )	3	Bueno	RB
$m_2 = \text{SARIMA}(0,1,1)x(0,1,1)_{12}$	303,34	2	0	2	Razonable	NRB
$m_3 = \text{SARIMA}(0,1,2)x(0,1,1)_{12}$	300,85	3	0	3	Bueno	RB

coeficientes, todos significativos; malas predicciones (mucha variabilidad) y los residuos son ruidos blancos. El modelo  $m_3$  con un AIC = 277,77; tres coeficientes, todos significativos; buenas predicciones y los residuos no se comportan como ruido blanco (coeficiente fuera de los límites de confianza) [Tabla 6].

**Tabla 6.** Resumen de los modelos  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  ajustados para *Alcalinidad Total* en la salida. **Abreviaturas:** **Coef**) Coeficiente; **Sig**) Significativo; **RB**) Ruido Blanco; **NRB**) No Ruido Blanco (Fuente: Díaz, 2013).

Alcalinidad Total (Salida)	AIC	Coef. Sig.	Coef. No Sig.	Total Coef.	Predicción	Error
$m_1 = \text{SARIMA}(1,1,1)x(0,1,1)_{12}$	273,14	3	0	3	Bueno	RB
$m_2 = \text{SARIMA}(0,1,1)x(0,1,1)_{12}$	278,02	2	0	2	Malo	RB
$m_3 = \text{SARIMA}(0,1,2)x(0,1,1)_{12}$	277,77	3	0	3	Bueno	NRB

en cada una de las estaciones, evaluados mediante la metodología mencionada anteriormente. A continuación se presentan los resúmenes de éstos modelos ajustados en la tres estaciones (entrada, centro y salida), con los respectivos valores de AIC, significación de los coeficientes del modelo, residuos y las predicciones según sean sus comportamientos en el

### Unificación de modelos para Alcalinidad Total (serie original)

Con el objeto de seleccionar un modelo razonable que describa el comportamiento de *Alcalinidad Total* y poder prever sus valores futuros, se han ajustados los modelos ( $m_1$ ,  $m_2$ , y  $m_3$ ) previamente seleccionados

transcurso de un tiempo prolongado.

#### a) $m_1 = \text{SARIMA}(1,1,1)x(0,1,1)_{12}$

Este modelo  $m_1$  tiene un menor AIC en la salida (273,14), seguido al que corresponde en la entrada (287,91) y por último la del centro (298,60); uno de los coeficientes del modelo es no significativo

**Tabla 7.** Resumen del modelo  $m_1 = \text{SARIMA}(1,1,1)x(0,1,1)_{12}$  ajustado en la entrada, centro y salida para *Alcalinidad Total*. **Abreviaturas:** **Coef**) Coeficiente; **Sig**) Significativo; **RB**) Ruido Blanco (Fuente: Díaz, 2013).

Alcalinidad Total $m_1 = \text{SARIMA}(1,1,1)x(0,1,1)_{12}$	AIC	Coef. Sig.	Coef. No Sig.	Total Coef.	Predicción	Error
<b>Entrada</b>	287,91	2	1 ( $ar_1$ o $\phi_1$ )	3	Bueno	RB
<b>Centro</b>	298,60	2	1 ( $sma_1$ o $\theta_1$ )	3	Bueno	RB
<b>Salida</b>	273,14	3	0	3	Bueno	RB

( $ar_1$  o  $\phi_1$ ) en la entrada y ( $sma_1$  o  $\Theta_1$ ) en el centro, pero en la salida todos son significativos; las predicciones son muy buenas y los residuos son ruidos blancos en todas las estaciones de muestreo (Tabla 7).

**b)  $m_2 = SARIMA(0,1,1)x(0,1,1)_{12}$**

El modelo  $m_2$  tiene un menor AIC en la salida (278,02), seguido al que corresponde en la entrada (288,59) y por último la del centro (303,34); todos los coeficientes del modelo son significativos; las

**Tabla 8.** Resumen del modelo  $m_2 = SARIMA(0,1,1)x(0,1,1)_{12}$  ajustado en la entrada, centro y salida para *Alcalinidad Total*. **Abreviaturas: Coef)** Coeficiente; **Sig)** Significativo; **RB)** Ruido Blanco; **NRB)** No Ruido Blanco (Fuente: Díaz, 2013).

Alcalinidad Total $m_2 = SARIMA(0,1,1)x(0,1,1)_{12}$	AIC	Coef. Sig.	Coef. No Sig.	Total Coef.	Predicción	Error
<b>Entrada</b>	288,59	2	0	2	Razonable	RB
<b>Centro</b>	303,34	2	0	2	Razonable	NRB
<b>Salida</b>	278,02	2	0	2	Malo	NRB

predicciones son razonables en la entrada y centro (variabilidad creciente), sin embargo son malos en la salida (variabilidad muy amplia); los residuos son ruidos blancos en la entrada y no tan malos (un coeficiente apenas significativo) en el centro y salida (Tabla 8).

**c)  $m_3 = SARIMA(1,1,2)x(0,1,1)_{12}$**

El modelo  $m_3$  tiene un menor AIC en la salida (277,77), seguido al que corresponde en la entrada (288,17) y por último la del centro (300,85); uno de los coeficientes del modelo es no significativo ( $ma_2$  o  $\theta_2$ ) en la entrada, sin embargo en el centro y la salida todos los son; las predicciones son muy buenas en todas las estaciones; los residuos son ruidos blancos en la entrada y centro, no así en la

salida (un coeficiente significativo) [Tabla 9].

**Modelo mas razonable en las tres estaciones de muestreo de las series originales**

Desde el punto de vista de la parsimonia de los modelos (menos parámetros), el modelo  $m_2$  es el mas razonable, contiene solo dos parámetros estimados, además todos son significativos, sin embargo, no proporciona buenas predicciones en la entrada y centro, aún peor en la salida (mucho variabilidad). Por otro lado los residuos son buenos en la entrada, no siendo así en el centro y la salida (un coeficiente significativo). Por lo tanto, este modelo no puede ser considerado como el más razonable para describir el comportamiento de la variable Alcalinidad Total (series originales), en las tres estaciones de mues-

**Tabla 9.** Resumen del modelo  $m_3 = SARIMA(1,1,2)x(0,1,1)_{12}$  ajustado en la entrada, centro y salida para *Alcalinidad Total*. **Abreviaturas: Coef)** Coeficiente; **Sig)** Significativo; **RB)** Ruido Blanco; **NRB)** No Ruido Blanco (Fuente: Díaz, 2013).

Alcalinidad Total $m_3 = SARIMA(1,1,2)x(0,1,1)_{12}$	AIC	Coef. Sig.	Coef. No Sig.	Total Coef.	Predicción	Error
<b>Entrada</b>	288,17	2	1( $ma_2$ o $\theta_2$ )	3	Bueno	RB
<b>Centro</b>	300,85	3	0	3	Bueno	RB
<b>Salida</b>	277,77	3	0	3	Bueno	NRB

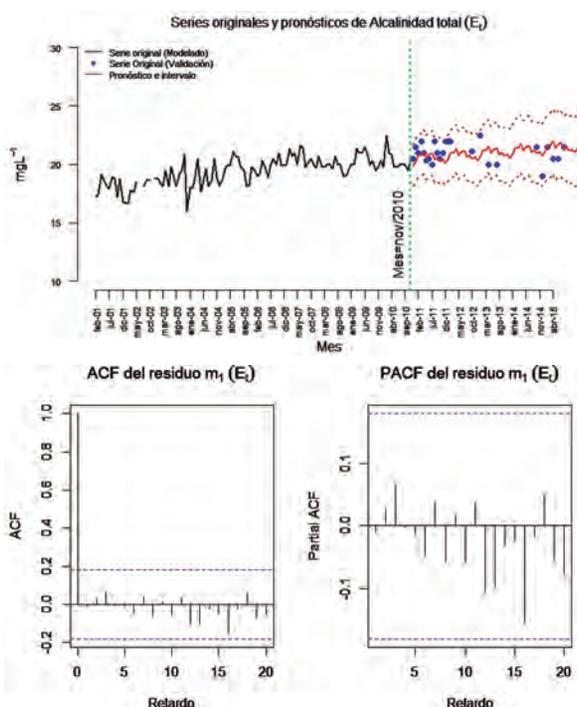
**Tabla 10:** Detalles del modelo  $m_1$  seleccionado para predecir la *Alcalinidad Total* en las tres estaciones de muestreo (Entrada, Centro y Salida). (Fuente: Díaz, 2013).

Alcalinidad Total			
$m_1 = SARIMA(1, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$			
Estaciones de Muestreos		$(ar_1 \text{ o } \phi_1)$	$(ma_1 \text{ o } \theta_1)$
Entrada	Coefficientes:	0,20	-0,92
	$s, \hat{\sigma}_e$	0,11	0,06
	Li	-0,02	-1,03
	Ls	0,42	-0,81
$\hat{\sigma}^2 = 0,78; AIC = 287,91$			
Centro	Coefficientes:	0,32	-0,97
	$s, \hat{\sigma}_e$	0,11	0,06
	Li	0,11	-1,09
	Ls	0,52	-0,84
$\hat{\sigma}^2 = 0,79; AIC = 298,60$			
Salida	Coefficientes:	0,38	-0,96
	$s, \hat{\sigma}_e$	0,10	0,05
	Li	0,18	-1,04
	Ls	0,58	-0,87
$\hat{\sigma}^2 = 0,67; AIC = 273,14$			

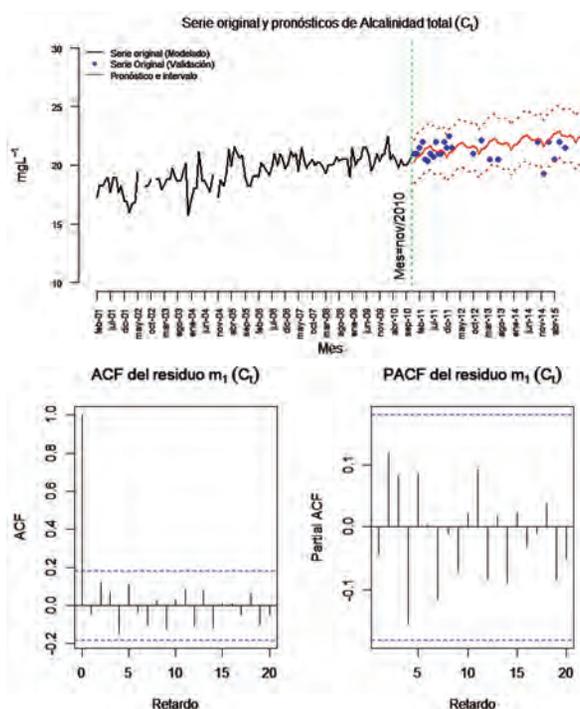
Abreviaturas. s.a.: Error Estándar; Li: Límite Inferior; Ls: Límite Superior

treo, espacial y temporal, en el embalse de Yacyreta.

Los modelos  $m_1$  y  $m_3$  tienen tres parámetros estimados, mayor número que en  $m_2$ . En el caso del modelo  $m_1$  (Tabla 10; Figuras 2, 3 y 4), contiene un coeficiente no significativo correspondiente a la parte autorregresiva en la entrada ( $ar_1$  o  $\phi_1$ ) y la de media móvil estacional en el centro ( $ma_1$  o  $\theta_1$ ), sin embargo, en la salida todos son significativos.



**Figura 2:** Serie original, valores predichos con el modelo  $m_1$  e Intervalos de Confianza del 95%, ACF y PACF del residuo, para *Alcalinidad Total* en Entrada.



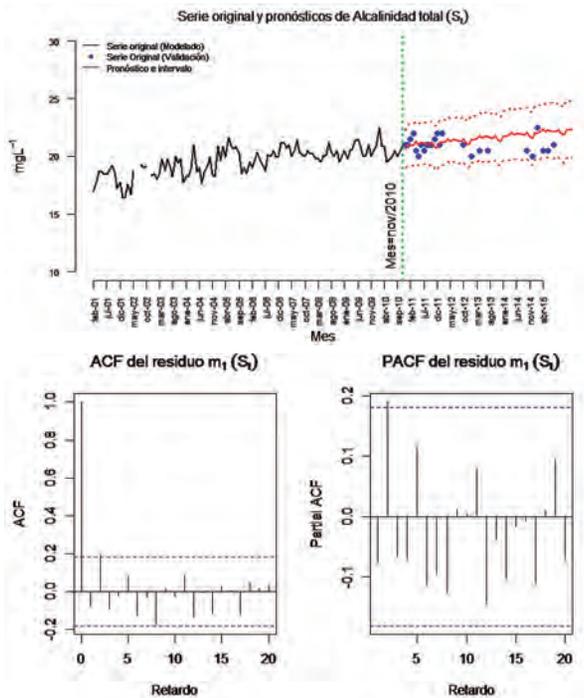
**Figura 3:** Serie original, valores predichos con el modelo  $m_1$  e Intervalos de Confianza del 95%, ACF y PACF del residuo, para *Alcalinidad Total* en el Centro.

Además, genera buenas predicciones, donde los residuos son ruidos blancos en todas las estaciones de muestreo.

El modelo  $m_3$  contiene un coeficiente no significativo correspondiente a la parte de media móvil regular en la entrada ( $ma_2$  o  $\theta_2$ ), sin embargo, en el centro y la salida todos son significativos; también genera buenas predicciones en todas las estaciones, no obstante, en la entrada y centro los residuos son ruidos blancos, y no tan bueno en la salida (un coeficiente significativo).

Al eliminar el coeficiente no significativo del modelo  $m_3$ , éste queda con la misma característica presentada por el modelo  $m_2$ , que ya se había descartado; por lo tanto,  $m_3$  tampoco puede ser considerado como un modelo razonable para describir el comportamiento de las series en la tres estaciones de muestreo.

A pesar de que el modelo  $m_1$  tiene coeficiente no significativo (Tabla 10; Figura 2, 3 y 4), en las demás características (predicciones y residuos)



**Figura 4:** Serie original, valores predichos con el modelo  $m_1$  e Intervalos de Confianza del 95%, ACF y PACF del residuo, para Alcalinidad Total en la Salida.

funciona bien; además, posee un menor valor de AIC en todas las estaciones de muestreo que los demás modelos ( $m_2$  y  $m_3$ ), cumpliendo así con las condiciones que se esperaría de un buen modelo según la metodología de Box-Jenkins.

Por lo tanto, el  $m_1 = SARIMA(1,1,1)x(0,1,1)_{12}$  queda como el modelo que proporciona un ajuste más razonable, para describir el comportamiento de la Alcalinidad Total (series originales) en las tres estaciones de muestreo (Entrada, Centro y Salida), en el embalse de Yacyreta, para el periodo que va de febrero de 2001 a noviembre de 2010.

Utilizando la ecuación (1), el modelo  $m_1$  queda expresado en las tres estaciones ( $E_t$ ,  $C_t$  y  $S_t$ ) con sus coeficientes estimados (Tabla 10) de la siguiente manera:

- Entrada ( $E_t$ ):**

$$E_t - 1,20E_{t-1} + 0,20E_{t-2} - E_{t-12} + 1,20E_{t-13} - 0,20E_{t-14} = A_t - 0,92A_{t-1} - 0,81A_{t-2} + 0,75A_{t-13} \quad (2)$$

- Centro ( $C_t$ ):**

$$C_t - 1,32C_{t-1} + 0,32C_{t-2} - C_{t-12} + 1,32C_{t-13} - 0,32C_{t-14} = A_t - 0,97A_{t-1} - 0,97A_{t-2} + 0,94A_{t-13} \quad (3)$$

- Salida ( $S_t$ ):**

$$S_t - 1,38S_{t-1} + 0,38S_{t-2} - S_{t-12} + 1,38S_{t-13} - 0,38S_{t-14} = A_t - 0,96A_{t-1} - 0,83A_{t-2} + 0,80A_{t-13} \quad (4)$$

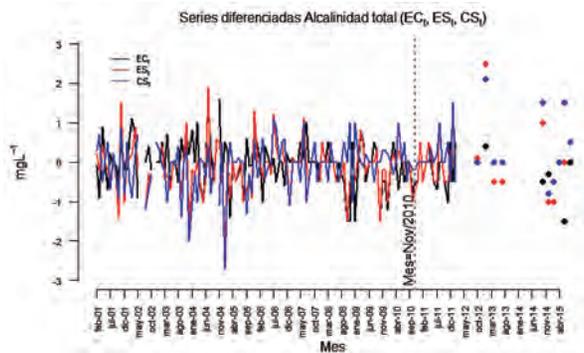
**Estabilidad del modelo seleccionado,  $m_1 = SARIMA(1,1,1)x(0,1,1)_{12}$**

Es importante valorar la estabilidad del modelo  $m_1$  que hemos obtenido utilizando los datos del periodo febrero/2001 a noviembre/2010. Para ello, utilizamos un grupo de mediciones posteriores a dicho periodo, siendo algunas de ellas mensuales, y otras bimestrales y trimestrales, correspondientes al periodo desde diciembre/2010 a agosto/2015.

En este sentido (Figura 2, 3 y 4; abajo), al analizar las graficas de los valores reales de las series en las tres estaciones de muestreo con las correspondientes predicciones generadas por el modelo  $m_1$ , se ha encontrado que todos los datos observados están dentro de los intervalos de predicciones para las tres estaciones, a excepción en el centro, con un dato por debajo de límite inferior de predicción. Esto indica que el modelo  $m_1$  que hemos seleccionando predice de manera coherente los valores de las series originales de la Alcalinidad total en las tres estaciones de muestreo. Por tanto, este modelo es fiable y estable con el paso del tiempo.

**Modelos para Series Transformadas**

Con las nuevas series construidas para Alcalinidad



**Figura 5.** Comportamiento de la Alcalinidad Total de las tres series transformadas ( $EC_t$ ,  $ES_t$  y  $CS_t$ ).

**Tabla 11.** Resumen del modelo  $m_6 = SARIMA(2,0,2)x(0,1,1)_{12}$  ajustado en la  $EC_t$ ,  $ES_t$  y  $CS_t$  para *Alcalinidad Total*. **Abreviaturas:** **Coef**) Coeficiente; **Sig**) Significativo; **RB**) Ruido Blanco (Fuente: Díaz, 2013).

Alcalinidad Total $m_6 = SARIMA(2,0,2)x(0,1,1)_{12}$	AIC	Coef. Sig.	Coef. No Sig.	Total Coef.	Predicción	Error
Entrada vs Centro ( $EC_t$ )	208,17	5	0	5	Bueno	RB
Entrada vs Salida ( $ES_t$ )	222,74	5	0	5	Bueno	RB
Centro vs Salida ( $CS_t$ )	226,74	4	$1(ma_2 \text{ o } \theta_2)$	5	Bueno	RB

Total a partir de las diferencias de valores entre cada estación de muestreo ( $EC_t$ ,  $ES_t$  y  $CS_t$ ), se pretende verificar la estabilidad de las variaciones de los datos originales, así como, si existe diferencia significativa entre las tres estaciones de muestreo del periodo considerado, a través de modelos de series temporales, en el Embalse de Yacyretá. La Figura 5, muestra el comportamiento de las tres series transformadas en el tiempo-espacio, cuyos valores oscilan alrededor del cero (media) en el tiempo, sin ninguna tendencia, con lo cual no se necesitaría de una diferencia regular para ser estacionaria ( $d=0$ ); sin embargo, muestran un patrón que se repite cada año, donde:  $EC_t$  depende de  $EC_{t-s}$ ,  $EC_{t-s^2}$ , ...;  $ES_t$  de  $ES_{t-s}$ ,  $ES_{t-s^2}$ , ...;  $CS_t$  de  $CS_{t-s}$ ,  $CS_{t-s^2}$ , ...; donde  $S$ , indica la estacionalidad anual ( $S = 12$ ).

**Modelo conjunto más razonable de las series transformadas**

Teniendo en cuenta el mismo criterio de selección del mejor modelo que hemos utilizado para los valores originales de la Alcalinidad Total, se han ajustado los 9 modelos mencionados anteriormente ( $m_1, m_2, \dots, m_9$ ) de la forma  $SARIMA(p,0,q)x(P,I,Q)_{12s}$  a las tres series de diferencias de valores ( $EC_t$ ,  $ES_t$  y  $CS_t$ ). Estos modelos en la mayoría de los casos no generan buenos resultados para estas series, a excepción del modelo  $m_6 = SARIMA(2,0,2)x(0,1,1)_{12}$ . La Tabla 10, muestra el resumen de este modelo  $m_6$ , considerado como el mejor modelo, pues, tiene un menor AIC en  $EC_t$  (AIC=208,17), seguido del que corresponde para  $ES_t$  (AIC=222,74) y por último del  $CS_t$  (AIC=226,74); uno de los coeficientes de

este modelo es no significativo ( $ma_2$  o  $\theta_2$ ) en  $CS_t$ ; sin embargo las predicciones son muy buenas y los residuos se comportan como ruidos blancos en todas las estaciones de muestreo.

A pesar de que el modelo  $m_6$  contiene un coeficiente no significativo, en las demás características funciona bien (buenas predicciones y los residuos son ruidos blancos) lo que se espera de buen modelo bajo el criterio de Box-Jenkins. Es la razón por la cual consideramos que el modelo más razonable para las tres series transformadas es el  $m_6$ .

Utilizando la ecuación (1), el modelo estimado  $m_6$  se expresa en función de sus coeficientes (Tabla 12) de la siguiente manera:

- Entrada vs Centro ( $EC_t$ ):  

$$EC_t + 0,42EC_{t-1} + EC_{t-2} - EC_{t-12} - 0,42 EC_{t-13} - EC_{t-14} = A_t + 0,43A_{t-1} + A_{t-2} - 0,62A_{t-12} - 0,27A_{t-13} - 0,62A_{t-14}$$
(5)

**Tabla 12:** Detalles del modelo  $m_6$  ajustado para *Alcalinidad Total* en las tres series transformadas ( $EC_t$ ,  $ES_t$  y  $CS_t$ ) (Fuente: Díaz, 2013).

Alcalinidad Total $m_6 = SARIMA(2,0,2)x(0,1,1)_{12}$					
Estaciones de Muestreo		$(a_1 \text{ o } \theta_1)$	$(a_2 \text{ o } \theta_2)$	$(ma_1 \text{ o } \theta_1)$	$(ma_2 \text{ o } \theta_2)$
Entrada vs Centro ( $EC_t$ )	Coefficientes:	-0,42	-1,00	0,43	1,00
	s.e.	0,03	0,01	0,08	0,10
	Li	-0,47	-1,02	0,28	0,80
	Lo	-0,36	-0,98	0,58	1,19
$\delta^2 = 0,37$ ; AIC = 208,17					
Entrada vs Salida ( $ES_t$ )	Coefficientes:	0,40	-0,86	-0,54	1,00
	s.e.	0,07	0,08	0,05	0,10
	Li	0,27	-0,98	-0,65	0,80
	Lo	0,54	-0,73	-0,43	1,20
$\delta^2 = 0,38$ ; AIC = 222,74					
Centro vs Salida ( $CS_t$ )	Coefficientes:	0,35	-0,82	-0,45	1,00
	s.e.	0,07	0,07	0,13	0,56
	Li	0,21	-0,95	-0,70	-0,09
	Lo	0,50	-0,68	-0,19	2,09
$\delta^2 = 0,36$ ; AIC = 226,74					

Abreviaturas: s.e. Error Estándar; Li: Límite Inferior; Lo: Límite Superior

• Entrada vs Salida ( $ES_t$ ):

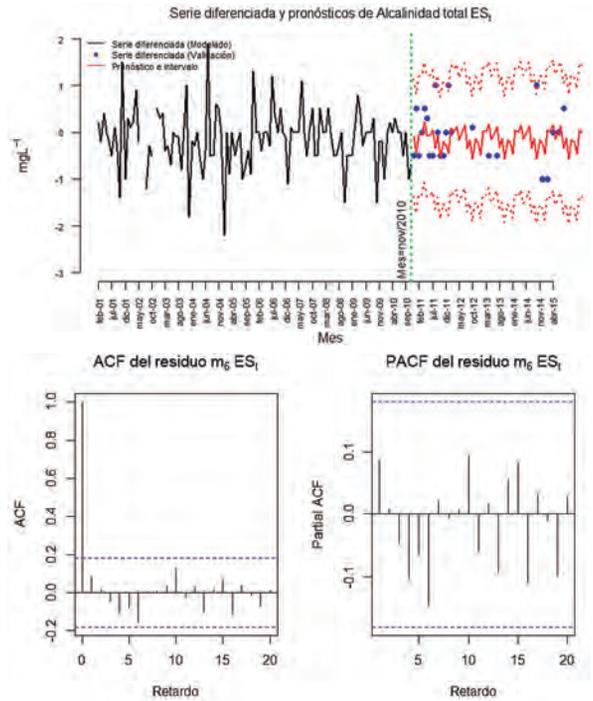
$$ES_t - 0,40ES_{t-1} + 0,86ES_{t-2} - ES_{t-12} + 0,40ES_{t-13} - 0,86ES_{t-14} = A_t - 0,54A_{t-1} + A_{t-2} - 0,84A_{t-12} + 0,45A_{t-13} - 0,84A_{t-14} \quad (6)$$

• Centro vs Salida ( $CS_t$ ):

$$CS_t - 0,35CS_{t-1} + 0,82CS_{t-2} - CS_{t-12} + 0,35CS_{t-13} - 0,82CS_{t-14} = A_t - 0,45A_{t-1} + A_{t-2} - A_{t-12} + 0,45A_{t-13} - A_{t-14} \quad (7)$$

**Estabilidad del modelo seleccionado,  $m_6 = SARIMA(2,0,2)x(0,1,1)_{12}$**

Evaluamos la estabilidad del modelo obtenido con estas series, utilizando el mismo período para los datos y el mismo método gráfico mencionado anteriormente para las series originales. En este sentido (Figura 6, 7 y 8; abajo), al comparar las gráficas de los valores transformados de las series con las correspondientes predicciones generadas por el modelo  $m_6$ , se ha encontrado que entre la entrada-centro y entrada-salida, todos los valores observados están dentro de los intervalos de predic-



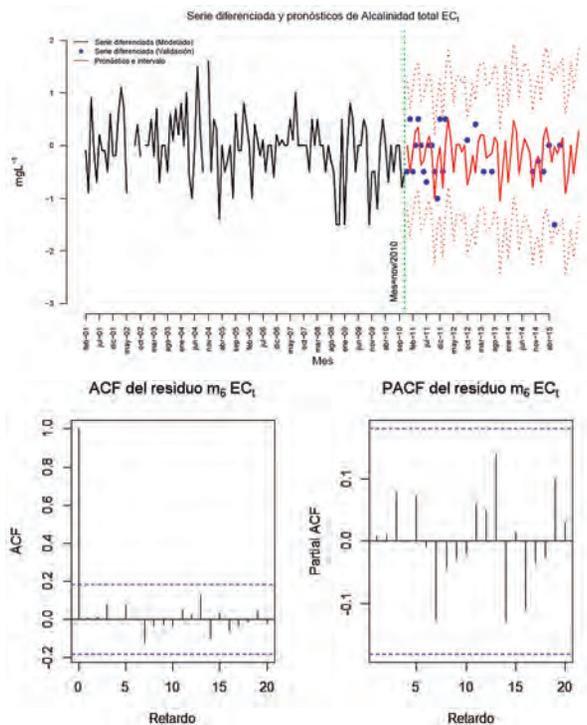
**Figura 7.** Serie transformada ( $ES_t$ ), valores predichos con el modelo  $m_6$  con su Intervalo de Confianza del 95%, ACF y PACF de los residuos para *Alcalinidad Total*.

ción. Sin embargo, para el centro-salida el 16% de los valores se encuentran por encima del límite superior de predicción, con un valor mas alejado que el resto. Todo ello es indicativo de la confiabilidad del modelo seleccionado para estas series de datos.

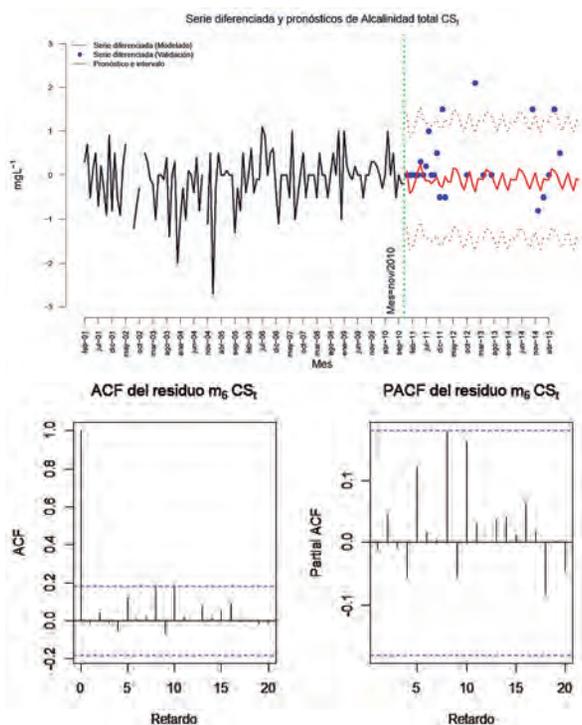
**Conclusiones y recomendaciones**

La presente investigación se ha centrado en el estudio de la distribución temporal (de febrero/2001 a noviembre/2010 para el modelado, y de diciembre/2010 a agosto/2015 para la validación de dicho modelo) y espacial (Entrada, Centro y Salida) de uno los componentes iónicos que define la calidad del agua del Embalse de Yacyretá. Específicamente, y con el fin de determinar el posible impacto del embalsamiento sobre la componente *Alcalinidad Total* y prever su comportamiento futuro, se han utilizado modelos de series temporales.

El análisis descriptivo de esta variable, seleccionada en cada una de las tres estaciones de muestreo, revela las siguientes características



**Figura 6.** Serie transformada ( $EC_t$ ), valores predichos con el modelo  $m_6$  con su Intervalo de Confianza del 95%, ACF y PACF de los residuos para *Alcalinidad Total*.



**Figura 8.** Serie transformada ( $CS_t$ ), valores predichos con el modelo  $m_6$  con su Intervalo de Confianza del 95%, ACF y PACF de los residuos para *Alcalinidad Total*.

químicas de las muestras de agua según su distribución espacial en el periodo de modelado: Los valores centrales (promedio, mediana y moda), los promedios presentan un incremento de la entrada al centro y del centro a la salida, siendo iguales las medianas en todos los puntos; las modas tienen un incremento de la entrada al centro, disminuyendo del centro a la salida; las variaciones se incrementan de la entrada al centro y disminuyen del centro a la salida.

Las series originales de *Alcalinidad Total* durante el periodo *febrero/2001 a agosto/2015* en las tres estaciones de muestreo tienen comportamientos similares a lo largo del tiempo y del espacio, con una ligera tendencia lineal creciente constante y estacionalidad anual, con varianza constante. Idénticas características presentan las series de las diferencias, pero en este caso sin tendencia.

Utilizando las 118 mediciones mensuales disponibles (*febrero/2001 a noviembre/2010*), se han construido diferentes modelos y se han

evaluado mediante el criterio de Box y Jenkins, tanto para las series originales como para las transformadas obtenidas mediante las diferencias de valores entre estaciones de muestreo. Además, con los datos observados desde *diciembre/2010 a agosto/2015* se evaluó la estabilidad de los modelos seleccionados mediante las gráficas de los valores observados y predichos de las series, junto con los intervalos de confianza (95%) de las predicciones.

- a) En el caso de las series originales se han comparado los 3 modelos que presentaban un menor AIC; el mejor modelo predictivo univariado resultó ser el  $m_1 = SARIMA(1,1,1)x(0,1,1)_{12}$ .

Utilizando la ecuación (1), el modelo  $m_1$  se expresa en función de sus coeficientes de la siguiente manera:

- **Entrada ( $E_t$ ):**  

$$E_t - 1,20E_{t-1} + 0,20E_{t-2} - E_{t-12} + 1,20E_{t-13} - 0,20E_{t-14} = A_t - 0,92A_{t-1} - 0,81A_{t-12} + 0,75A_{t-13} \quad (2)$$
- **Centro ( $C_t$ ):**  

$$C_t - 1,32C_{t-1} + 0,32C_{t-2} - C_{t-12} + 1,32C_{t-13} - 0,32C_{t-14} = A_t - 0,97A_{t-1} - 0,97A_{t-12} + 0,94A_{t-13} \quad (3)$$
- **Salida ( $S_t$ ):**  

$$S_t - 1,38S_{t-1} + 0,38S_{t-2} - S_{t-12} + 1,38S_{t-13} - 0,38S_{t-14} = A_t - 0,96A_{t-1} - 0,83A_{t-12} + 0,80A_{t-13} \quad (4)$$

- b) En el caso de las series de diferencias entre estaciones, se han ajustados 9 modelos que correspondían a aquellos con menores valores de AIC, con el mismo criterio de valoración aplicado a las series originales. El  $m_6 = SARIMA(2,0,2)x(0,1,1)_{12}$  resultó ser el mejor modelo para estas tres series.

Utilizando la ecuación (1), el modelo  $m_6$  se expresa en función de sus coeficientes de la siguiente manera:

- **Entrada vs Centro ( $EC_t$ ):**  

$$EC_t + 0,42EC_{t-1} + EC_{t-2} - EC_{t-12} - 0,42EC_{t-13} - EC_{t-14} = A_t + 0,43A_{t-1} + A_{t-2} - 0,62A_{t-12} - 0,27A_{t-13} - 0,62A_{t-14} \quad (5)$$

- Entrada vs Salida ( $ES_t$ ):

$$\begin{aligned} ES_t - 0,40ES_{t-1} + 0,86ES_{t-2} - ES_{t-12} + 0,40ES_{t-13} - 0,86 \\ ES_{t-14} = A_t - 0,54A_{t-1} + A_{t-2} - 0,84A_{t-12} + 0,45A_{t-13} - \\ 0,84A_{t-14} \end{aligned} \quad (6)$$

- Centro vs Salida ( $CS_t$ ):

$$\begin{aligned} CS_t - 0,35CS_{t-1} + 0,82CS_{t-2} - CS_{t-12} + 0,35CS_{t-13} - 0,82 \\ CS_{t-14} = A_t - 0,45A_{t-1} + A_{t-2} - A_{t-12} + 0,45A_{t-13} - A_{t-14} \end{aligned} \quad (7)$$

En vista de los resultados se llega así a la conclusión de que no existen variaciones espaciales pero sí temporales para las series originales, ya que se obtiene un modelo único con coeficientes muy similares para las tres series. Para el caso de las series transformadas el resultado es muy similar, destacando en este caso la ausencia de una tendencia lineal creciente.

Con los modelos seleccionados, las predicciones son factibles, en el caso de las series originales hasta los 20 meses posteriores de la última observación (julio/2012) y en el caso de las series transformadas hasta los 12 meses posteriores (noviembre/2011). En ambos casos las predicciones son buenas, pues generan variabilidades con amplitud pequeña y constante. Además, se mantiene la tendencia en el caso de la serie original y la ausencia de tendencia para la transformada, en el transcurso del tiempo y espacio.

Este trabajo, como cualquier otro, no está cerrado y tiene sus limitaciones, lo que permite detallar las siguientes recomendaciones y líneas futuras de investigación:

- Realizar un seguimiento de las demás variables principales del compuesto iónico en forma univariada, para predecir el comportamiento de cada una de ellas. Además, y debido a que en general el agua dulce se caracteriza como bicarbonatada cálcica, estudiar las componentes Alcalinidad Total y Calcio al mismo tiempo.
- También sería interesante hacer un estudio de los componentes iónicos en forma conjunta, es decir aplicar modelos de series de tiempo multivariados, lo que permitiría una apreciación más razonable del comportamiento de las variables que definen la calidad de agua y una

estimación más precisa de su desempeño futuro en el Embalse de Yacyretá.

- Por otro lado, es recomendable replicar estos análisis tanto univariado, bivariado y multivariado para otros puntos de muestreo, lo que permitiría una apreciación más desagregada y focalizada del comportamiento de las variables que definen la calidad de agua y una estimación más precisa de su desempeño futuro en el Embalse de Yacyretá.

### Agradecimientos

A la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (FACEN) y a la Entidad Binacional Yacyretá (EBY) por permitir el acceso a la base de datos para hacer posible este trabajo, al Prof. MSc. Hugo Rojas, al Prof. Lic. Jaime Alex Miquel, y la Est. Lilian Celeste González Riveros, por toda la colaboración y el apoyo brindado.

### Literatura citada

- Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. (1976). Time Series Analysis: Forecasting and Control. Ann Arbor: University of Michigan / Holden Day. 575 pp.
- Carrizo, S. & Brunstein, F. (2010). La represa de Yacyretá en el desarrollo energético y territorial. Ciencia & Trópico, 34(2): 389-406.
- Entidad Binacional Yacyretá. 2018. Historia de la EBY. Disponible: <http://www.eby.gov.py/index.php/institucional/historia>. Consultado el 20/09/18.
- Entidad Binacional Yacyretá. Ubicación de la EBY. Disponible: <http://www.eby.gov.py/index.php/chy/ubicacion>. Consultado el 20/09/18.
- Díaz, T. (2013). Aplicación de Modelos de Series de Tiempo a un componente iónico (Alcalinidad Total) de la calidad del agua del Embalse de Yacyretá. Tesis (MSc.). San Lorenzo: FACEN-UNA. 86 p.
- García, C. G. (1989). Análisis estadístico comparativo de series cronológicas de parámetros de calidad del agua; valoración de diferentes modelos de predicción. Tesis Doctoral.

- Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, España. 712 p. Disponible en: [http://oa.upm.es/1887/1/CONCEPCION\\_GONZALEZ\\_GARCIA\\_a.pdf](http://oa.upm.es/1887/1/CONCEPCION_GONZALEZ_GARCIA_a.pdf). Consultado el 28/03/2012.
- Guía Operativa GEMS/AGUA. (1994). Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente. Tercera edición. Mendoza, Argentina. 207 p.
- Interconsulting Bureau S.L. (2017). Calidad de agua: Usos y aprovechamiento. Primera Edición. ICB-Editores, Ediciones de la U: Bogotá. 182p.
- Leiva, A. (1995). Introducción al Análisis de las series de tiempo. Universidad Nacional del Cuyo: Mendoza. 343 p.
- O'Comer, D. J. (1976). The concentration of dissolved solids and river flow, Water Resources Research, Vol. 12, N° 2, abril, pp. 279-294. En, ROJAS, H. 2013. Sólidos de suspensión, erosión y sedimentación en un tramo del río paraná, Embalse de Yacyretá. Reportes Científicos de la FACEN (PY), Vol.4, N°1, junio, pp. 34-44.
- Peña, D. (2005). Análisis de Series Temporales, Ciencias Sociales. Editorial Alianza. Madrid, España. 591 p.
- Rodríguez, M. I., Granero, M., Bustamante, M. A., Avena, M., Bonfanti, E., Busso, F. & Girbal, A. (2001). Composición iónica del embalse San Roque (Córdoba, Argentina) y su relación con el proceso de eutroficación. Seminario Internacional de Gestión Ambiental e Hidroelectricidad. INA. Complejo Hidroeléctrico Salto Grande, Entre Ríos, Argentina. 9 p.
- Stile, T. E. (1971). The role of network design in the management and control of streamflow water quality, Proceeding of the U.S.-Japan Bilateral Seminar in Hydrology, Honolulu, Hawaii, enero, in Systems Approach to Hydrology (Ed. V. Yevjevich) pp. 395-423. En, Rojas, H. (2013). Sólidos de suspensión, erosión y sedimentación en un tramo del río paraná, Embalse de Yacyretá. Reportes Científicos de la FACEN (PY), Vol.4, N°1, junio, pp. 34-44.
- Valencia, J. L. (2007). Estudio Estadístico de la Calidad de las Aguas en la Cuenca Hidrográfica del Río Ebro. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, España. 338 p. Disponible en: [http://oa.upm.es/454/1/JOSE\\_LUIS\\_VALENCIA\\_DELFA.pdf](http://oa.upm.es/454/1/JOSE_LUIS_VALENCIA_DELFA.pdf). Consultado el 28/03/2012 y
- Viñals, P. (2001). Series temporales. Primera Edición. Ediciones UPC. Barcelona, España. 167p.
- Vo-Day, T. (1978). "Analyse de series chronologiques avec données manquantes". Memoire de maîtrise, Dept. d'IRO, Univ. de Montréal.