

OBSERVACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA DE LA TIERRA EN PARAGUAY

OBSERVATION OF THE CIRCUMFERENCE OF THE EARTH IN PARAGUAY

FREDY DONCEL^{1,2}, TAKASHI MOMIYAMA³, CARLOS GONZÁLEZ²

¹Facultad Politécnica, Universidad Nacional de Asunción

²Departamento de Física, FaCEN

³Voluntario Senior de la JICA

Resumen: En el solsticio de verano del 22 de diciembre de 2005, la sombra del Sol fue observado desde diferentes lugares en Paraguay. La circunferencia del meridiano terrestre fue calculada por el método de Eratóstenes y que derivaron errores menores al 1,57%. También la circunferencia ecuatorial de la Tierra fue calculada a partir de la diferencia angular de la sombra entre dos lugares sobre el trópico de Capricornio obteniéndose valores con errores de 0,74%. Esta observación fue la primera experiencia en Paraguay

Palabras clave: *Circunferencia terrestre, Trópico de Capricornio, Paraguay*

Abstract: In the summer solstice of December 22, 2005, the shadow of the sun was observed from different locations in Paraguay. The circumference of the Earth's meridian was calculated by the method of Eratosthenes and derived errors less than 1.57%. Also the Earth's equatorial circumference was calculated from the angular difference of shade between two places on the Tropic of Capricorn obtaining values with errors of 0.74%. This observation was the first experience in Paraguay.

Key words: *Terrestrial circumference, Tropic of Capricorn, Paraguay*

INTRODUCCIÓN

Sobre el trópico de Capricornio, durante el solsticio de verano del 22 de diciembre de 2005, los objetos verticales no proyectan sombras. Es bien conocido que Eratóstenes quien vivió en Alejandría, Egipto tres siglos antes de Cristo había estimado la circunferencia de la Tierra usando este fenómeno natural. El escuchó de los habitantes de Syene, que está situada a 800km de Alejandría que durante el solsticio de verano el Sol al mediodía en la ciudad estaba directamente por encima de la cabeza de uno, de manera tal que los objetos en forma vertical no proyectaban sombra alguna. Por otra parte Eratóstenes sabía que tal cosa no ocurría en Alejandría, y que en el mismo día el Sol estaba a 7 grados o un quinto del ciclo completo, fuera del Cenit. El asumió entonces que la tierra era redonda, así que la circunferencia total de la Tierra debería ser de cincuenta veces la distancia entre las dos ciudades. Su resultado es equivalente

a 40.000km; bastante cerca al mejor valor estimado modernamente

El propósito de esta observación utilizada es por el hecho de que el Trópico de Capricornio pasa por Paraguay y calcular la circunferencia del meridiano terrestre usando el método de Eratóstenes y también calcular la circunferencia ecuatorial observando la sombra del Sol desde dos lugares distintos sobre el trópico de Capricornio al mismo tiempo.

ECUACIONES

1. La circunferencia del meridiano terrestre

En la Figura 1, cuando el punto de observación A tiene una distancia de L del trópico de Capricornio, y el mínimo ángulo de la sombra en el solsticio de verano es θ (grados), la circunferencia del meridiano L_m es

$$L_m = \frac{L \cdot 360}{\theta}$$

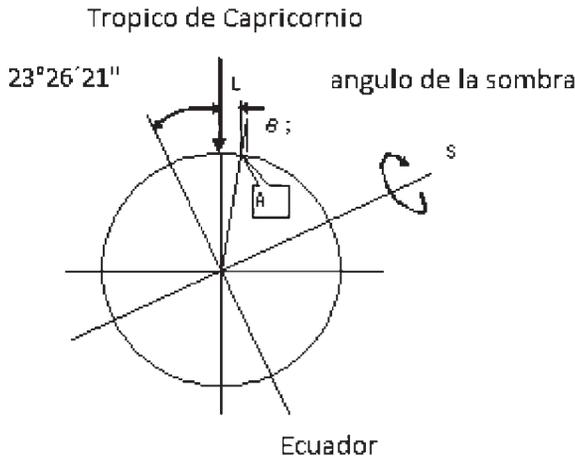


Fig. 1. Cálculo de la circunferencia del meridiano terrestre.

2. La circunferencia ecuatorial

Vista de V de la figura 2, la diferencia angular de la sombra entre el punto A y el punto B, $\Delta\theta$ (grados), es

$$\Delta\theta = \theta_B - \theta_A$$

Donde θ_A y θ_B son los ángulos de la sombra del punto A y el punto B observados al mismo tiempo. Y el punto B está más al Este que el punto A. Cuando la distancia entre el punto A y el punto B es L la circunferencia del trópico de Capricornio L_c , es

$$L_c = \frac{L \cdot 360}{\Delta\theta}$$

El radio del Trópico de Capricornio r_1 es

$$r_1 = \frac{L_c}{2 \cdot \pi}$$

El radio del ecuador r_0 es

$$r_0 = \frac{r_1}{\text{Cos}(23^\circ 26' 21'')}$$

Entonces, la circunferencia del ecuador L_e es

$$L_e = 2 \cdot \pi \cdot r_0$$

OBSERVACIÓN

La observación consistió en medir el ángulo de la sombra del Sol alrededor del mediodía del solsticio de verano (22 de diciembre de 2005). Para calcular la circunferencia del meridiano, cualquier lugar en Paraguay sin proximidad al trópico de Capricornio puede ser adecuado para la observación. Esta vez, las observaciones fueron llevadas a cabo en seis lugares, de los cuales cuatro lugares las mediciones fueron hechas en forma exitosa, y fueron San Lorenzo ($L=211\text{km}$), Villa Elisa ($L=214,5\text{km}$), Caacupé ($L=215\text{km}$) y Cerro Corá ($89,3\text{km}$). Datos de Itauguá ($L=209\text{km}$) y de Villa Florida ($L=321,8\text{km}$) no fueron adoptados por

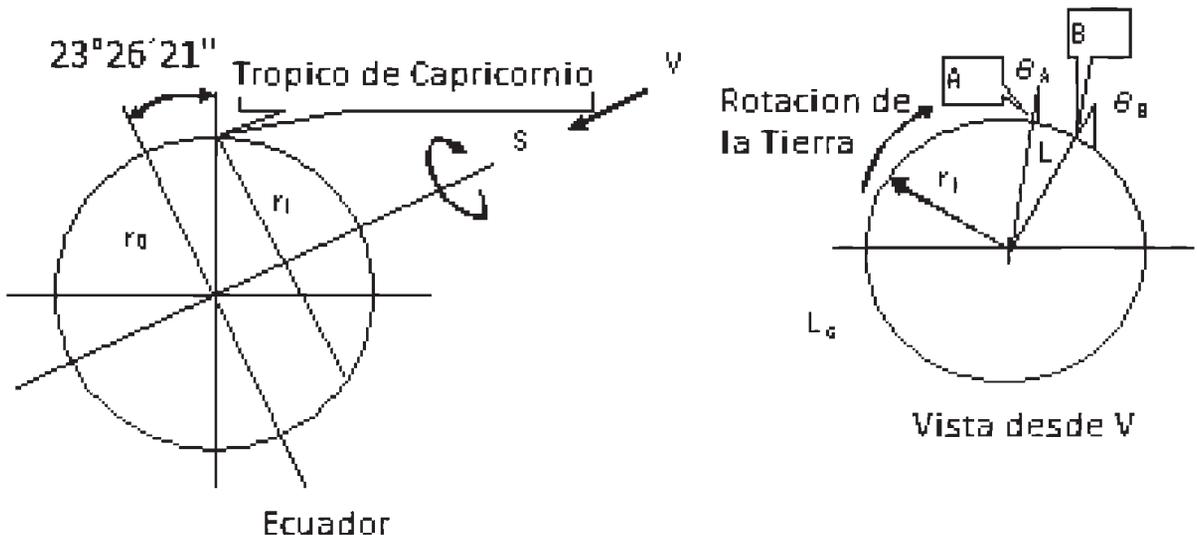


Fig. 2. Cálculo de la circunferencia ecuatorial.

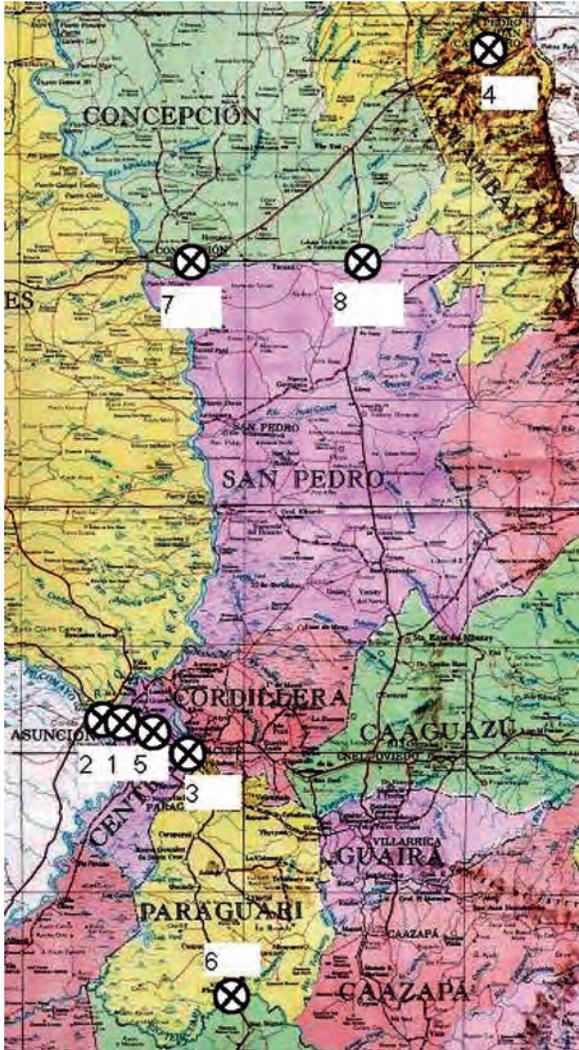


Fig. 3. Lugares de Observación: 1) San Lorenzo; 2) Villa Elisa; 3) Caacupé; 4) Cero Corá; 5) Itauguá; 6) Villa Florida; 7) Belén; 8) Ypané.

problemas de ingeniería.

Por otra parte, para medir la circunferencia ecuatorial, las observaciones se tuvieron que llevar a cabo en dos puntos sobre la línea del trópico de Capricornio al mismo tiempo alrededor del mediodía. Los lugares de observación fueron (a) cerca del río Ypané sobre la ruta Nº 3 ($23^{\circ}26'21''$ S $56^{\circ}29'28.38''$ W, este lugar será referenciada como Ypané) y (b) en el patio de un granjero en la ciudad de Belén ($23^{\circ}26'21''$ S $57^{\circ}16'03.64''$ W). Estos dos puntos fueron ubicados utilizando un GPS, y la distancia entre ellos fue 79,44km

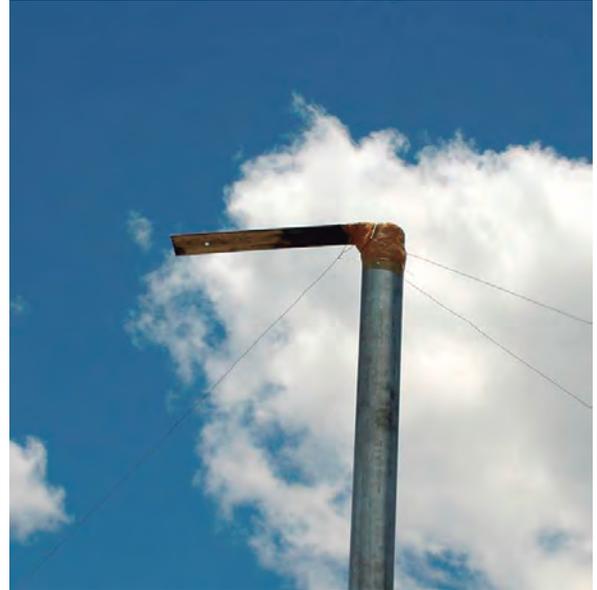


Fig. 4. Agujero de 8 mm (Ypané).

sobre el trópico de Capricornio. Estos dos puntos pueden ser vistos en la Figura 3.

En el estudio de la factibilidad para medir la sombra, hemos encontrado que una abertura (hueco) es mejor que utilizar un ángulo sólido para encontrar el punto de la sombra. Por lo tanto láminas de hierro los cuales tienen un agujero de aproximadamente 8 mm de diámetro y 3 mm de espesor fueron usados. Las láminas de hierro fueron fijadas a una determinada vara de aproximadamente 3 metros de altura (Fig. 4). El punto justo por debajo del agujero fue localizado utilizando una plomada

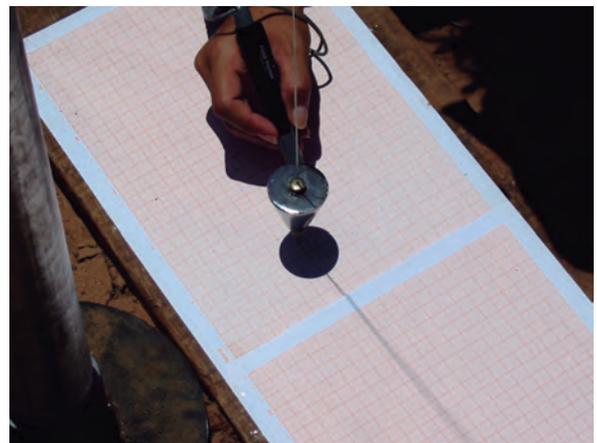


Fig. 5. Encontrando el punto justo por debajo del agujero (Belén).



Fig. 6. Registro del centro del agujero (Ypané, Freddy Doncel).

de forma triangular (Fig. 5).

El paso del Sol por el meridiano fueron calculados de antemano para cada punto de observación y las observaciones fueron realizadas por más ± 10 min del tiempo de paso por el meridiano. En la observación fue registrado el centro del brillo del agujero circundado en papel milimétrico (Fig.6).

Circunferencia de la Tierra

1. Circunferencia del meridiano

La Tabla 1 muestra los resultados de la observación en cuatro lugares. Villa Elisa y Cerro Corá no fueron observados durante el solsticio, 22 de diciembre de 2005, pero el cálculo teórico la diferencia de altitud del Sol entre diciembre 18 y diciembre 22 es menos de 0,1 grados. Así que los datos fueron considerados como los mismos datos tomados el 22 de diciembre.

Nota 1: A 10001,97km (UAI 1976) es usado como el meridiano cuadrante de la Tierra. Por lo tanto la circunferencia del meridiano teórico es usado como 400078,88km.

Nota 2: Observadores:

Villa Elisa: Takashi Momiyama y Noriko Momiyama.

San Lorenzo: Vincent Figueres.

Caacupé: Jose M. Gómez.

Cerro Corá: Takashi Momiyama y Toshihiko Sekine.

Comparando la circunferencia observada con la circunferencia del meridiano teórico de la Tierra, el error estuvo entre -0,15% y 0,77%. Hemos obtenido resultados satisfactorios.

Lugar	Villa Elisa	San Lorenzo	Caacupé	Cerro Cora
Fecha de observación	Dec.18, 2005	Dec.22, 2005	Dec.22, 2005	Dec21, 2005
Distancia desde el trópico de Capricornio (km)	214.5	211	215	89.3
Longitud mínima de la sombra (cm)	7.5	10.1	9.6	2.05
Altura de la vara (cm)	222.5	300	284	145
Angulo de la sombra (deg)	1.93	1.93	1.94	0.81
Circunferencia de la Tierra observada (km)	39998.19	39393.65	39978.89	39698.28
Error (%) Nota 1	-0.02	-1.54	-0.07	0.77
Observadores	Nota 2	Nota 2	Nota 2	Nota 2

Tabla 1. Circunferencia del meridiano de la Tierra.

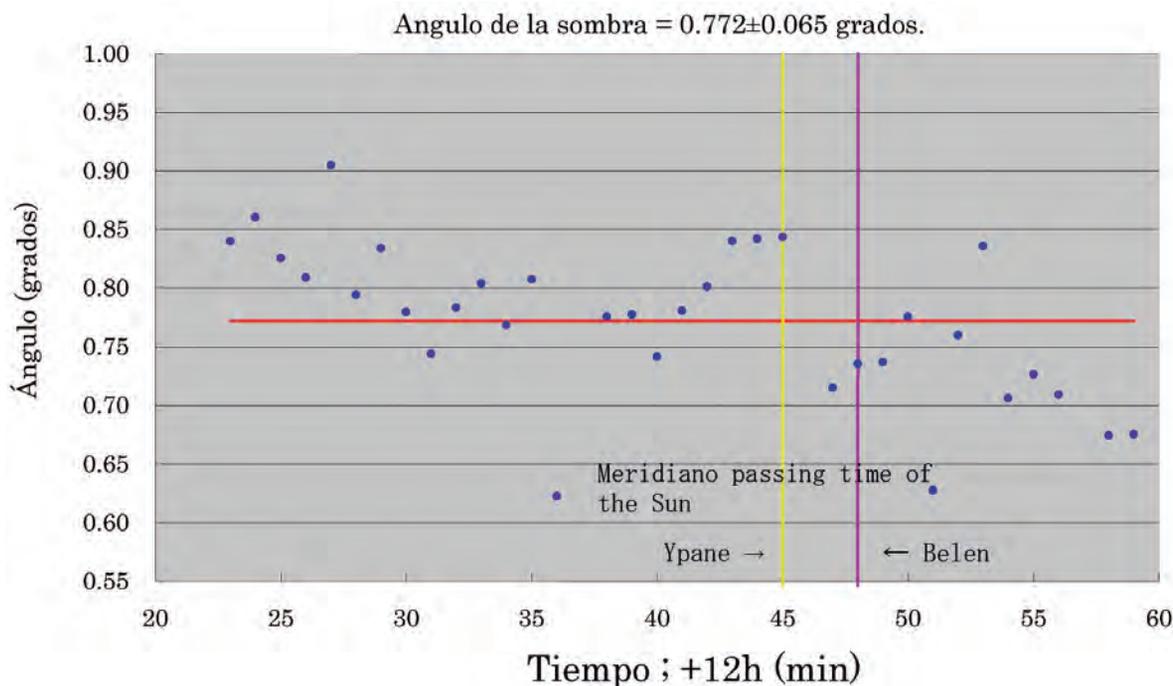


Fig. 7. Diferencia de ángulo entre Belén e Ypané.

2. Circunferencia ecuatorial

La Fig. 7 muestra los resultados de las observaciones del ángulo de la sombra del Sol entre Belén e Ypané. En el eje de las X se muestra el tiempo local en minutos de Paraguay adhiriendo 12 horas. El tiempo del paso por el meridiano predecido en Ypané fue 12h45m y en Belén fue de 12h48m. Y en el eje Y se muestra el ángulo el cual es la diferencia entre Ypané y Belén.

La tabla 2 muestra los resultados de las observaciones en el Trópico de Capricornio. El promedio de la diferencia de ángulo fue de 0.772 ± 0.065 grados, por lo tanto la circunferencia del ecuador calculado fue de 39778,73km. El error fue de -0,74% comparado al valor teórico de la circunferencia del meridiano terrestre.

La Fig. 8 muestra la diferencia de ángulo por minuto para cada punto de observación. En el eje de las X está el valor del tiempo local en minutos al cual se le adhiere 12 h y 0,5 minutos. El significado de 0,5min es que la diferencia de ángulo es la sustracción como $\theta(t+1) - \theta(t)$. Donde θ es el ángulo de la sombra en el tiempo $t+1$ o t . Entonces

la diferencia de ángulo fue graficado en el eje Y en $t+0.5$ min. del eje X. En Ypané fueron hechas por una sola persona, por lo que la desviación estándar fue más pequeña que la de Belén donde las observaciones fueron hechas por varias personas alternadamente. A pesar de la desviación estándar diferente, en promedio fueron casi lo mismo por tanto el promedio del ángulo de la sombra es de confianza.

Nota 1: El radio del Ecuador es 6378.14 km (UAI 1976). Entonces la circunferencia teórica del ecuador llega a ser 40075.05 km.

Nota 2: Observadores:

Belén: Takashi Momiyama, Carlos Gonzalez, Yukiko Honma, Seiko Fujita, Yoshiko Kametaya, Yuuko Namura y Hanako Iwashita.

Ypané: Fredy Doncel, Toshihiko Sekine, Yoriko Takahashi, Yumi Sasaki, y Emi Heianji.

Diferencia de ángulo de la sombra (deg)	Promedio	0.772
	Desv. Std.	0.065
La circunferencia del trópico de Capricornio (km)		37026.29
El radio del trópico de Capricornio (km)		5892.92
El radio del ecuador (km)		6330.98
La circunferencia del ecuador (km)		39778.73
Error de la observación (%) Nota 1		-0.74
Observadores		Nota 2

Tabla 2. Los resultados de la observación sobre el trópico Capricornio.

CONCLUSIÓN

En el solsticio de verano del 22 de diciembre de 2005, fue observada la sombra del Sol desde varios lugares de l Paraguay. La circunferencia del meridano de la Tierra fue calculada por el Método de Eratóstenes y ha derivado en un error menor a 1,57%. También fue calculada la circunferencia del ecuador terrestre a partir de la diferencia angular de la sombra entre dos lugares de sobre el trópico de Capricornio y el error fue de 0,74%. Esta observación fue la primera experiencia en

Paraguay.

El método de Eratóstenes es muy sencillo y la circunferencia terrestre es calculada a partir de una matemática muy básica. Este tipo de observación puede ser una muy buena experiencia no solamente para estudiantes universitarios sino también para estudiantes de nivel secundario. Una sugerencia importante para la observación es localizar el punto exacto bajo la sombra y no mover el papel de registro durante la observación. Todo el resto depende de las condiciones climáticas.

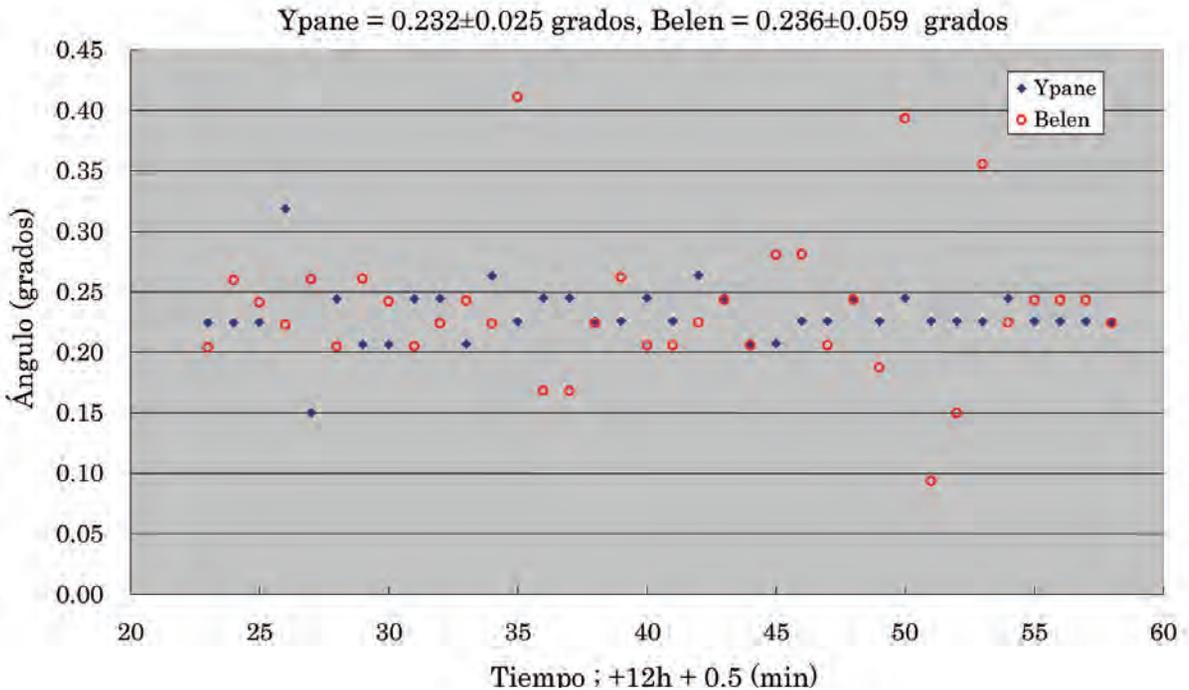


Fig. 8. Diferencia de ángulo por minuto.

BIBLIOGRAFÍA

GAMOW, G. 1988. One two three... infinity: GAMOW G., 1988, One two three... infinity: facts and speculations of science. Dover Pu-

blications, Inc., New York. 352 pp.
NATIONAL ASTRONOMICAL OBSERVATORY OF JAPAN. 2004, Chronological Scientific Tables. Maruzen Co. Ltd., Japan.