

Perfil del conocimiento matemático en el enfoque de competencias de un grupo de docentes y sus estudiantes: Un análisis comparativo

Profile of Mathematical Knowledge within a Competency-Based Approach:
A Comparative Analysis of a Group of Teachers and Their Students

Lourdes Almirón

Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO), Paraguay

ORCID ID: 0009-0007-4940-4953

lourdesalmiron81@gmail.com

Daniel Bogoya

Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO), Paraguay

ORCID ID: 0009-0006-2783-0452

dbogoya@yahoo.com

RESUMEN

El Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) evalúa el nivel de conocimiento de los jóvenes de 15 años con base al desarrollo de competencias adquiridas a lo largo de la vida y a través de un conjunto de ítems liberados, provenientes de varios estudios de PISA, la presente investigación evaluó el perfil de conocimiento matemático de una muestra de catorce docentes en comparación a sus respectivos estudiantes del primer curso de la Educación Media (EM), en la ciudad de Luque del departamento Central, en el 2016, con el fin de explorar parcialmente el nivel académico docente y estudiantil en tópicos específicos del área de matemática, bajo el enfoque de competencias, con la intención de contribuir con evidencias científicas que apoyen la adopción de políticas educativas para la mejora de la calidad educativa y que sirvan como insumos en la mejora de los aprendizajes a las instancias y actores involucrados. Con la aplicación del modelo de Teoría de Respuesta al ítem se estimaron los puntajes de docentes y estudiantes y se establecieron comparaciones correlacionales entre los mismos, los cuales, bajo las limitaciones metodológicas del estudio, que no permiten atribuir una relación de causalidad, verificaron que el rendimiento promedio de los estudiantes aumenta conforme mejora el rendimiento de sus docentes. Otras comparaciones establecidas entre las puntuaciones de los docentes con relación a algunas variables demográficas, como el nivel académico, los años de servicio en la profesión, tipo de gestión escolar, tipo de bachillerato y sexo, arrojaron diferencias a favor de los docentes con formación académica de Licenciatura y con enseñanza en bachillerato técnico, pero con diferencia significativa en esta última.

Palabras Clave: conocimiento matemático, competencia matemática, enseñanza de las matemáticas, rendimiento académico, calidad educativa, Teoría de Respuesta al Ítem.



Este artículo está publicado con acceso abierto bajo una Licencia Creative Commons
Autor correspondiente: Lourdes Almirón, e-mail: lourdesalmiron81@gmail.com

Cómo citar este artículo: Almirón, L., & Bogoya, D. (2026). Perfil del conocimiento matemático en el enfoque de competencias de un grupo de docentes y sus estudiantes: Un análisis comparativo. *Aula Pyahu - Revista de Formación Docente y Enseñanza*, 4(7), 3-21. <https://doi.org/10.47133/rdap2026-47art1>

ABSTRACT

The Program for International Students Assessment (PISA) assesses the level of knowledge of 15- year-olds youth based on the development of skills acquired throughout life and through a set of released tests' items from several PISA studies, this research evaluated the mathematical knowledge profile of a sample of fourteen teachers in comparison to their respective students of the First Year of Secondary Education (High School), in Luque city, Central department, in 2016, in order to partially explore the academic level of teachers and students about specific topics in the area of mathematics, under the competency-based approach, with the intention of contributing with scientific evidence that supports the establishment of educational policies for the improvement of the educational quality and that serve as inputs in the improvement of learning to the appropriate bodies and participants involved. With the application of the Item Response Theory model, the scores of teachers and students were estimated and correlational comparisons were established between them, which, under the methodological limitations of the study, that do not allow attributing a causal relationship, verified that the average performance of students increases as the performance of their teachers improves. Other comparisons established between teachers' scores in relation to some demographic variables, such as academic level, years of teaching, type of school management, type of high school and gender, showed differences in favor of teachers with B.A. academic training and with technical high school education, but with a significant difference in the latter.

Keywords: mathematical knowledge, mathematical competence, mathematics education, academic achievement, educational quality, Item Response Theory.

INTRODUCCIÓN

La mejora de la calidad educativa constituye uno de los principales desafíos de los sistemas educativos contemporáneos, en este contexto. La evidencia internacional coincide en señalar que el aprendizaje de los estudiantes depende de múltiples factores, entre los cuales la calidad del profesorado ocupa un lugar central. Si bien las políticas educativas han promovido importantes reformas curriculares, la incorporación de tecnologías y el incremento de la inversión en educación, diversos estudios sostienen que estas medidas solo generan mejoras sostenidas cuando van acompañadas de docentes con sólidas competencias profesionales y capacidad para transformar el currículo en experiencias de aprendizaje significativas.

Uno de los estudios más influyentes en este campo fue desarrollado por Barber y Mourshed (2008), quienes, a partir del análisis comparado de los sistemas educativos con mejores resultados en el Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA), concluyeron que los sistemas de mayor desempeño comparten tres características fundamentales: *seleccionan a los mejores candidatos para ejercer la docencia, desarrollan continuamente sus capacidades profesionales y garantizan una enseñanza de calidad para todos los estudiantes*. Aunque este informe constituye un referente clásico en investigación educativa, los estudios posteriores continúan respaldando estas conclusiones al reconocer que la eficacia docente representa uno de los factores escolares con mayor influencia sobre el aprendizaje y la reducción de las brechas educativas (OCDE, 2023; UNESCO, 2023).

En consonancia con estas transformaciones, numerosos países han orientado sus reformas curriculares hacia el desarrollo de competencias, promoviendo enfoques pedagógicos que privilegian el razonamiento, la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la aplicación contextualizada del conocimiento. Este cambio supone superar modelos de enseñanza centrados exclusivamente en la transmisión de contenidos para favorecer el desarrollo de capacidades que permitan a los estudiantes movilizar conocimientos, habilidades y actitudes frente a situaciones reales y complejas.

En el ámbito de la Educación Matemática, uno de los fundamentos teóricos que mayor influencia ha ejercido sobre el enfoque por competencias es la Educación Matemática Realista, propuesta por Freudenthal (1983). Desde esta perspectiva, las matemáticas deben concebirse como una actividad humana que se construye a partir de procesos de matematización progresiva de situaciones significativas para el estudiante. En consecuencia, el aprendizaje matemático trasciende la repetición mecánica de procedimientos para promover la comprensión conceptual, la modelización, la argumentación y la resolución de problemas contextualizados. A pesar del tiempo transcurrido desde su formulación, este enfoque continúa sustentando gran parte de las investigaciones contemporáneas sobre enseñanza de la Matemática y desarrollo de competencias, especialmente aquellas orientadas al aprendizaje activo y la resolución de problemas (Liljedahl, 2021; OCDE, 2023).

Bajo esta perspectiva, el papel del docente adquiere una relevancia aún mayor. No basta con dominar los contenidos disciplinares; también resulta imprescindible poseer los conocimientos especializados que permitan interpretar el pensamiento de los estudiantes, anticipar dificultades de aprendizaje, seleccionar representaciones matemáticas adecuadas y diseñar experiencias didácticas que favorezcan el razonamiento y la comprensión conceptual. Esta concepción ha sido ampliamente desarrollada por el marco teórico del Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), propuesto por Ball, Thames y Phelps (2008), quienes sostienen que el conocimiento profesional del docente integra dimensiones disciplinares, didácticas y pedagógicas indispensables para una enseñanza efectiva. Investigaciones recientes continúan demostrando que mayores niveles de conocimiento matemático especializado del profesorado se asocian con mejores oportunidades de aprendizaje y con un mayor desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes (Carrillo et al., 2022; OCDE, 2023).

En América Latina, diversos estudios coinciden en señalar que la mejora de la calidad educativa continúa enfrentando importantes desafíos relacionados con la formación y el desarrollo profesional docente. Bruns y Luque (2014), en un estudio promovido por el Banco Mundial, identificaron que uno de los principales obstáculos para elevar los aprendizajes radica en la calidad de la instrucción impartida en las aulas, caracterizado en muchos casos por un uso limitado del tiempo efectivo de enseñanza, escasa participación de los estudiantes y predominio de prácticas centradas en la exposición del docente. Aunque en los últimos años se han impulsado políticas orientadas al fortalecimiento de la profesión docente, la literatura reciente continúa evidenciando que la calidad de las prácticas de enseñanza sigue constituyendo uno de los factores escolares con mayor capacidad para explicar las diferencias observadas en el rendimiento académico (UNESCO, 2023; OCDE, 2023).

En Paraguay, esta situación adquiere especial relevancia debido a los resultados obtenidos en las evaluaciones nacionales e internacionales de aprendizaje. Los informes oficiales del Ministerio de Educación y Ciencias evidencian que una elevada proporción de estudiantes no alcanza los niveles mínimos esperados de desempeño en Matemática, tanto en las evaluaciones del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes para el Desarrollo (MEC, 2024) como en las evaluaciones censales del Sistema Nacional de Evaluación del Proceso Educativo (MEC, 2019a; 2019b; 2019c; 2021). Asimismo, los estudios de factores asociados desarrollados por el MEC muestran que variables vinculadas con la calidad del proceso de enseñanza, las prácticas pedagógicas, la metodología utilizada y la formación docente se asocian significativamente con los logros de aprendizaje alcanzados por los estudiantes.

Estos resultados ponen de manifiesto la necesidad de profundizar el estudio de aquellos factores que podrían contribuir a explicar parte de las diferencias observadas en el rendimiento académico, entre ellos, el conocimiento matemático del profesorado constituye una dimensión particularmente relevante, debido a que representa la base sobre la cual se sustentan las decisiones didácticas, la organización de las experiencias de aprendizaje y la capacidad para promover el desarrollo de competencias matemáticas de mayor complejidad.

A pesar del creciente consenso internacional acerca de la importancia del conocimiento matemático para la enseñanza, en Paraguay continúan siendo escasas las investigaciones que analizan empíricamente la relación entre el nivel de conocimiento matemático de los docentes y el desempeño alcanzado por sus propios estudiantes mediante modelos de medición basados en la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI). La mayor parte de la evidencia disponible proviene de evaluaciones estandarizadas centradas en los resultados estudiantiles, mientras que existen pocos estudios que exploren simultáneamente el desempeño de docentes y estudiantes dentro de un mismo contexto escolar. Esta ausencia de evidencia limita la posibilidad de fundamentar políticas orientadas al fortalecimiento de la formación docente con base en información empírica generada en el contexto nacional.

En respuesta a lo mencionado, el presente estudio analiza el perfil del conocimiento matemático de una muestra de docentes del primer curso de la Educación Media y el desempeño de sus respectivos estudiantes mediante instrumentos contruidos bajo el enfoque de competencias y calibrados con el modelo de Rasch de la Teoría de Respuesta al Ítem. Asimismo, explora la asociación entre las evaluaciones obtenidas por ambos grupos y examina las diferencias observadas en función de diversas variables demográficas del profesorado, con el propósito de aportar evidencia que contribuya a la comprensión de la relación entre el conocimiento matemático docente y el aprendizaje estudiantil en el contexto educativo paraguayo.

La investigación busca responder la siguiente pregunta: ¿Cuál es el nivel de correlación existente entre el perfil de conocimiento en matemática de una muestra de catorce docentes y sus estudiantes del 1.º curso de la Educación Media (EM), en la ciudad de Luque del departamento Central, en el año 2016?

OBJETIVOS

Objetivo Principal

- Explorar la correlación existente entre el conocimiento matemático de una muestra de catorce docentes y sus estudiantes del primer curso de la Educación Media (EM), en la ciudad de Luque del departamento Central.

Objetivos Específicos

- Analizar comparativamente los parámetros del ítem y los índices de la habilidad de los evaluados, bajo los supuestos de la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI).
- Establecer un análisis correlacional simple entre los puntajes obtenidos en la prueba de conocimientos matemáticos por una muestra de catorce docentes y sus estudiantes bajo el enfoque de desarrollo de competencias.

- Comparar los resultados obtenidos en la prueba de conocimientos matemáticos por los docentes y sus estudiantes seleccionados en la muestra.

Comparar los resultados obtenidos por los docentes en la prueba de conocimientos matemáticos, en su desagregación por variables demográficas (nivel académico, años de antigüedad, tipo de gestión, tipo de bachillerato, sexo).

METODOLOGÍA

Método

La investigación tiene un enfoque cuantitativo, un diseño no experimental y transversal, y un alcance correlacional. Además, posee características *ex post facto*, dado que las variables fueron observadas en su contexto natural sin manipulación deliberada por parte de los investigadores, analizando las relaciones existentes entre el conocimiento matemático de los docentes y el desempeño de sus estudiantes. Como el objetivo se basa en explorar la asociación entre ambas variables mediante la estimación de habilidades a partir de la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) y la aplicación de técnicas correlacionales, en consecuencia, no pretende establecer relaciones de causalidad, sino aportar evidencia empírica acerca del comportamiento conjunto de las variables analizadas en el contexto educativo estudiado.

Debido a las características de la muestra y al alcance del estudio, los resultados deben interpretarse desde una perspectiva exploratoria y circunscrita al contexto de investigación.

Población y muestra

La población está conformada por instituciones educativas del distrito de Luque que ofrecen el primer curso de la Educación Media, la selección de participantes se realizó mediante una muestra no probabilística de tipo intencional, considerando criterios de accesibilidad institucional y disponibilidad para participar. La muestra quedó integrada por 533 participantes, correspondientes a 519 estudiantes y 14 docentes pertenecientes a 14 instituciones educativas.

Posteriormente, durante el proceso de depuración de la base de datos previo a la calibración de los ítems mediante TRI, fueron excluidos registros que presentaban un elevado porcentaje de omisiones, por lo que el análisis final se realizó sobre 450 participantes, de los cuales 436 correspondieron a estudiantes y 14 a docentes.

Aunque el número de docentes es reducido para estudios correlacionales con pretensiones de generalización poblacional, esta investigación constituye un estudio desarrollado en el marco de una tesis de Maestría, cuyo propósito toma base en la generación de evidencia empírica inicial sobre un fenómeno poco explorado en el contexto nacional. Por lo tanto, los resultados deben interpretarse considerando esta limitación metodológica, la cual restringe su capacidad de generalización, sin afectar la validez del análisis realizado para la muestra estudiada.

Instrumentos y aplicación

Para la evaluación del conocimiento matemático se diseñaron cuatro cuadernillos compuestos principalmente por ítems liberados de las evaluaciones PISA (2000, 2003 y 2006), complementados con un conjunto reducido de ítems elaborados específicamente para este

estudio, respetando el enfoque por competencias y los criterios de dificultad establecidos en la tabla de especificaciones. Los instrumentos evalúan tres dimensiones fundamentales: i) *contenido matemático*; ii) *situaciones y contextos de aplicación* y, iii) *competencias matemáticas*, inherentes a los contenidos (dimensión disciplinar) basados en: *Cantidad*; *Cambio y relaciones*; *Espacio y forma* y *Datos e incertidumbre*.

En total se construyó un banco de 56 ítems, distribuidos equitativamente entre cuatro cuadernillos de 28 ítems cada uno, mediante un diseño de bloques parcialmente balanceados.

Las competencias evaluadas incluyen: *procesos de razonamiento*, *argumentación*, *comunicación*, *modelización*, *resolución de problemas*, *representación y utilización del lenguaje matemático formal* y forman parte de los seis niveles de competencia establecidos (dimensión cognitiva). La distribución balanceada de los ítems en el constructo de la prueba se describe en la Tabla 1, (OCDE, 2006; 2009).

Tabla 1. Distribución del número de ítems en la tabla de especificaciones

CONTENIDOS	NIVELES DE COMPETENCIA					Total
	1	2	3	4	5	
Cantidad	7	4	2	-	1	14
Cambio y relaciones	5	2	4	-	1	12
Espacio y forma	6	11	3	-	-	20
Datos e incertidumbre	2	4	3	1	-	10
Total	20	21	12	1	2	56

Fuente: Elaboración propia.

Componente ético

La investigación respetó los principios éticos aplicables a estudios educativos. La participación fue autorizada por las instituciones educativas involucradas y la aplicación de los instrumentos se realizó mediante administración colectiva en las aulas, toda la información recopilada fue tratada de forma confidencial y posteriormente anonimizada para proteger la identidad de docentes y estudiantes, utilizándose exclusivamente con fines académicos y de investigación.

Análisis de datos

El análisis estadístico se desarrolló mediante la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI), utilizando el modelo de Rasch de un parámetro, seleccionado debido a las características del tamaño muestral y la estabilidad de las estimaciones obtenidas bajo dicho modelo. El procedimiento comprendió las siguientes etapas: *depuración y precalibración de la base de datos*; *análisis de unidimensionalidad*; *estimación de confiabilidad y consistencia interna*; *calibración de los parámetros de dificultad de los ítems*; *estimación de habilidades individuales en escala logit*; *transformación de las clasificaciones a escala T*; *análisis correlacionales entre docentes y estudiantes mediante coeficientes de Pearson y Spearman*; *comparación de medias mediante análisis de varianza (ANOVA)* y pruebas post hoc de Tukey; *análisis de las diferencias entre grupos definidos por variables demográficas*. El nivel de significancia adoptado para todas las pruebas estadísticas fue $\alpha = 0,05$.

El procesamiento y análisis de los datos se condujo a través de la TRI, modelo estadístico que asume una relación no lineal entre la respuesta y el rasgo o habilidad con fundamentos en el modelo de Rasch con un parámetro que se exponen a continuación:

Los parámetros de dificultad del ítem y confiabilidad de la prueba bajo el modelo TRI, utilizando el modelo Rasch de un parámetro o de Habilidad Simple, asume que la discriminación es constante e igual a 1 para todos los ítems;

$$P\{X_{vi} = 1|\beta_v\delta_i\} = \frac{e^{\beta_v - \delta_i}}{1 + e^{\beta_v - \delta_i}}$$

Donde el parámetro β_v representa a la habilidad del estudiante para v ($v= 1,2,\dots,n$) y δ_i relacionada a la dificultad del ítem con i ($i= 1,2,\dots,m$), (Wright y Stone, 1998).

Se aclara que el modelo Rasch o de un parámetro fue utilizado atendiendo la restricción impuesta por el tamaño de la muestra, que resulta baja para pensar en un modelo más complejo de más parámetros.

La estimación de los puntajes de los estudiantes y docentes bajo el modelo TRI, se realizaron con base en: (a) estimación en escala logit de los puntajes como función de la dificultad estimada de los ítems en la etapa de calibración, los parámetros fueron estimados utilizando el método de máxima verosimilitud y (b) escalamiento de los valores logit a fin de facilitar la comprensión de los puntajes estimados, típicamente realizado en las evaluaciones a gran escala (Hambleton y Swaminathan, 2013). El modelo de Rasch con un parámetro, el de la dificultad, valida el desempeño estadístico de los ítems y produce una escala única en la que se localizan las dificultades de los ítems y las habilidades de los estudiantes y docentes evaluados. Tiene un grado de libertad, lo cual supone que se debe contar con la dificultad relativa de los ítems para realizar el cálculo del valor de la habilidad, también relativa de los evaluados, o debe conocerse la habilidad relativa para realizar el cálculo de los valores de la dificultad, que también serán relativos.

Se trabajó con una base de datos con 533 registros, de los cuales 519 corresponden a estudiantes y 14 a docentes, quienes respondieron a un total de 28 ítems. Se establecieron dos etapas secuenciales de análisis: la pre-calibración y calibración, respectivamente, en el proceso de pre-calibración se localizaron algunas cadenas anómalas de respuestas por medio del indicador de correlación punto-medida (PTMEA) que detectó algunos registros con correlación negativa y en la calibración de respuestas en primera instancia, se constató la unidimensionalidad de la prueba con base en el conjunto de datos depurados y los criterios de validez interna, confiabilidad y separación. Posteriormente se realizó el proceso de estimación de los parámetros de los ítems, relacionados a los índices estadísticos de cada ítem, los cuales están sujetos a criterios definidos en los intervalos de validez que se establecieron de acuerdo al nivel de confiabilidad de la prueba y la precisión esperada para la estimación de las habilidades de los evaluados (Tabla 2).

Tabla 2. Criterio de validez de los indicadores para el análisis de los ítems

Parámetro o Indicador	Valor Perfecto	Valor aceptado
Correlación ítem-prueba	0,10 a 0,50	Entre 0,20 a 0,60
Ajuste próximo (Infit)	1	0,70 a 1,30
Ajuste lejano (Outfit)	1	0,70 a 1,30
Discriminación	1	0,50 a 1,50
Error	$< 0,01$ $\leq 0,10$	$\leq 0,20$
Promedio de habilidad por opción: mayor para la clave que para las demás opciones		

Fuente: Adaptado del reporte técnico de la prueba piloto del SNEPE 2014. MEC.

Para las comparaciones entre las estimaciones de los puntajes correspondientes a los docentes y los puntajes promedio de los estudiantes se utilizaron: (a) análisis de correlación lineal simple entre la variables puntaje docente y puntaje promedio de los estudiantes para la determinación de los coeficientes de variación, determinación y correlación; (b) correlaciones Pearson y Spearman, la correlación Pearson cuando los datos son tratados como numéricos y se busca conocer la asociación entre dos variables; la correlación Spearman cuando los datos son tratados como ordinales y permite conocer, en este estudio, si el orden relativo de los ítems o los evaluados ha cambiado cuando se estableció el análisis bajo distintas comparaciones entre los grupos.

Para establecer la comparación de promedios de los estimadores de ítems o evaluados y determinar qué tanto cambiaron los valores promedios entre grupos y si estos cambios fueron estadísticamente significativos se empleó (c) el análisis de varianza (ANOVA) de un factor junto con las pruebas de post hoc de Tukey HD a un nivel de significancia del 0,05 en todos los casos.

RESULTADOS

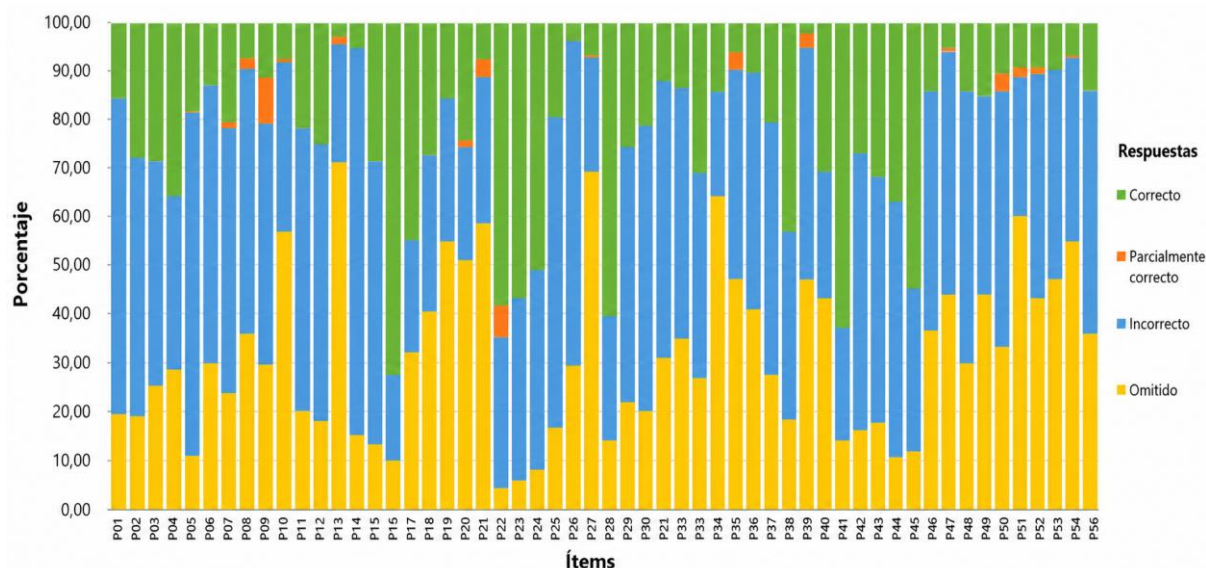
Las respuestas de los ítems que conformaron la prueba se categorizaron en dicotómicas y politómicas, de los 56 ítems que forman el constructo de la prueba, 43 corresponden a la categoría de respuesta dicotómica, con respuestas que pueden ser correctas (codificadas con puntuación 2) o incorrectas (codificadas con puntuación 0); mientras que, los restantes, 13 ítems, son de categoría de respuesta parcialmente correcta (codificadas con puntuación 1).

Pre calibración y calibración de ítems

En la etapa de pre-calibración se aplicó el criterio de exclusión de registros de la base de datos, debido a que comprometían la validez de constructo, fueron retirados 83 registros con 20 o más casos de no respuesta, los cuales, corresponden al grupo de estudiantes evaluados; en cuanto al grupo de docentes, las relaciones observadas no reproducen los patrones de no respuesta observados en los estudiantes. Entre estos casos, 8 estudiantes dejaron la prueba completamente en blanco, es decir, no respondieron un solo ítem en la prueba, en consecuencia, la calibración se realizó sobre 450 evaluados, de los cuales 14 son docentes y el resto estudiantes. En la Figura 1 se visualiza la distribución porcentual de las categorías de respuestas

por ítem y se puede observar que los ítems que se encuentran hacia el final del instrumento (13, 27, 34), tuvieron un mayor nivel de no respuesta (superior al 60%).

Figura 1. Distribución de respuestas por categoría de ítem



Validez de constructo

La unidimensionalidad, supuesto enfatizado desde la TRI que se aplica en la validez de constructo de la prueba y verifica la existencia de una única dimensión al realizar el cociente entre la varianza explicada por las medidas y la varianza no explicada por las medidas del primer contraste, este cociente resultante debe ser mayor o igual a 4 para su aceptación, según lo planteado en MEC (2014, página 59) y afirmado por Linacre (2022, página 422). La Tabla 3 señala un valor de 13,19 como resultado del cociente arrojado en la relación de varianzas 35,60 y 2,70 respectivamente, por lo tanto, se verifica la unidimensionalidad de la prueba.

Tabla 3. Unidimensionalidad de la prueba

Indicador	Valor
Varianza explicada por las medidas	35,60
Varianza en contraste con el primer componente	2,70
Relación de varianzas	13,19

Confiabilidad, consistencia interna y separación

Para determinar el grado de validez del constructo de la prueba el modelo arrojó además otros índices, entre ellos la confiabilidad, indicador que señala el grado de estabilidad del instrumento, el valor esperado para este índice es 1 y el obtenido fue de 0,80 cercano al valor perfecto, lo cual arrojó un alto nivel de precisión para la información suministrada por los participantes. El índice de separación que permite la inferencia relacionada al grado en que el instrumento discrimina adecuadamente entre las puntuaciones de dos evaluados, el valor de

referencia suele ser superior a 2,0; en este caso, el índice de separación fue 1,98, ligeramente inferior a ese valor, y, finalmente para la validación del constructo se determinó el coeficiente de correlación "Alfa de Cronbach", calculado a partir de la relación entre los ítems con el constructo medido en la prueba, su valor esperado también es 1 (Linacre, 2022), el análisis arrojó un valor de 0,66, indicador de consistencia interna moderada que debe interpretarse con cautela.

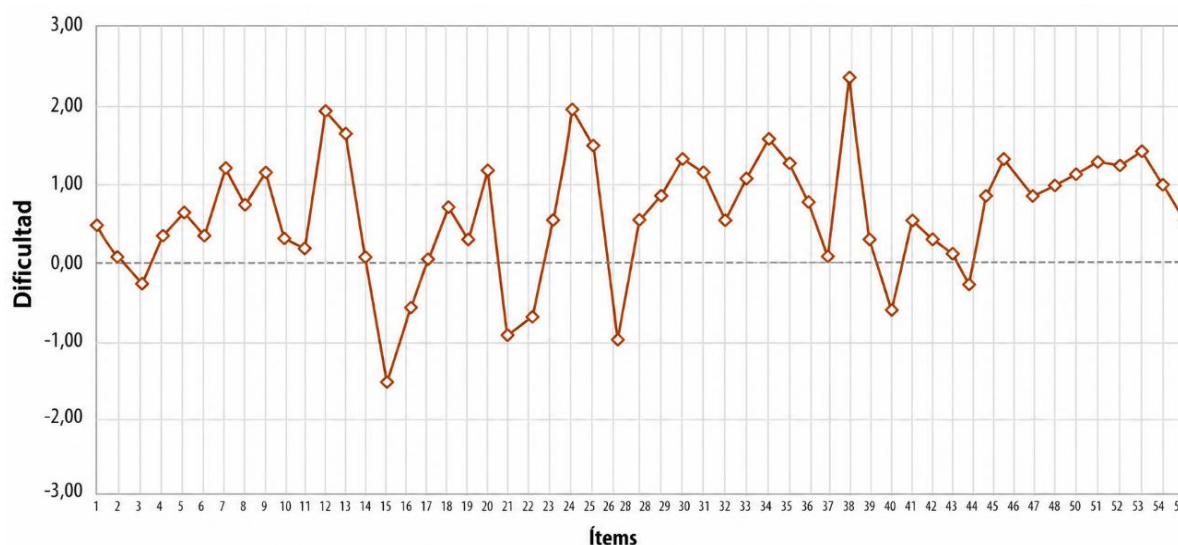
Dificultad del ítem

La dificultad de un ítem es el punto en la escala en la cual se mide la variable o rasgo latente y las categorías más altas y más bajas se pueden calcular con igual probabilidad, la dificultad de los ítems en la misma escala denominada logit puede variar de $-\infty$ a ∞ , sin embargo, suele distribuirse generalmente entre -5 y 5 logit, donde los números negativos determinan menor dificultad (Linacre, 2022). Para estimar la dificultad de los ítems del presente estudio se adoptó una escala con variación entre -3 y 3 y se observa que la dificultad de los ítems varía entre -1,83 y 1,55 logitos (Figura 2).

El ítem 39 ocupa la posición de dificultad más alta en la escala con una dificultad de 1,55 logitos, proseguido por el ítem 13 (dificultad 1,09) en el que se observa que alrededor del 25% de los evaluados le asignó una respuesta incorrecta y el 71% simplemente no proveyó respuesta al ítem, mientras que, el ítem 16 resultó ser el más fácil de la prueba, con una dificultad equivalente a -1,83 logitos.

En cuanto a los ítems que midieron los mismos aspectos o generaron redundancia en la medición del constructo se señalan los pares 24 y 41 con dificultad por debajo de la media e igual a -1,17 logitos y el par de ítems 3 y 15 con dificultad de -0,5 logitos; por encima de la media de dificultad se ubican los pares 46 y 48 (0,37 logitos); 27 y 53 (0,64 logitos) y con dificultad de 0,66 logitos el par de ítems 36 y 52.

Figura 2. Dificultad del ítem



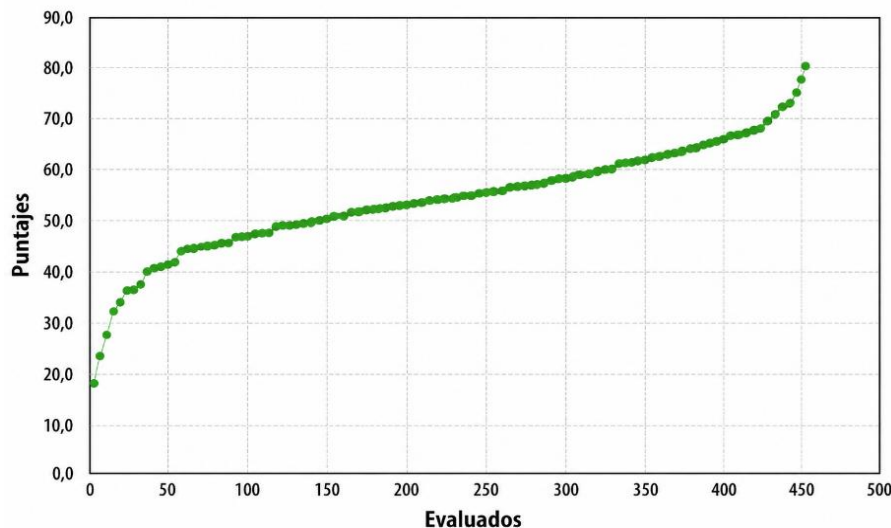
Estimación de los puntajes

Para este estudio, se eligió la escala T para el rescalamiento, aunque pudo haber sido cualquier otra escala o valores de media y desviación estándar de referencia. La escala T se caracteriza por tener una media de 50 y una desviación estándar de 10. En consecuencia, el rescalamiento de logit a T se realiza aplicando la siguiente fórmula:

$$P_{escalado_i} = 50 + \frac{10}{DE_{P_{logit}}} * (P_{logit_i} - Promedio_{P_{logit}})$$

Donde $P_{escalado_i}$ es el puntaje del evaluado i en la escala T, $DE_{P_{logit}}$ es la desviación estándar de los puntajes en escala logit, P_{logit_i} es el puntaje del evaluado i en la escala logit y $Promedio_{P_{logit}}$ es el promedio de los puntajes en la escala logit. La Figura 3 describe la distribución de los puntajes escalados de los evaluados.

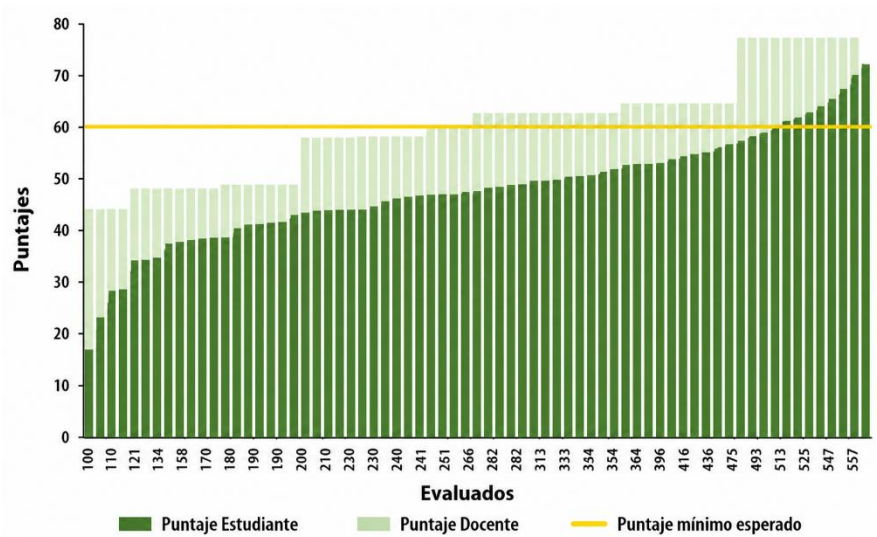
Figura 3. Distribución de puntajes escalados de los evaluados



Rendimiento de los evaluados

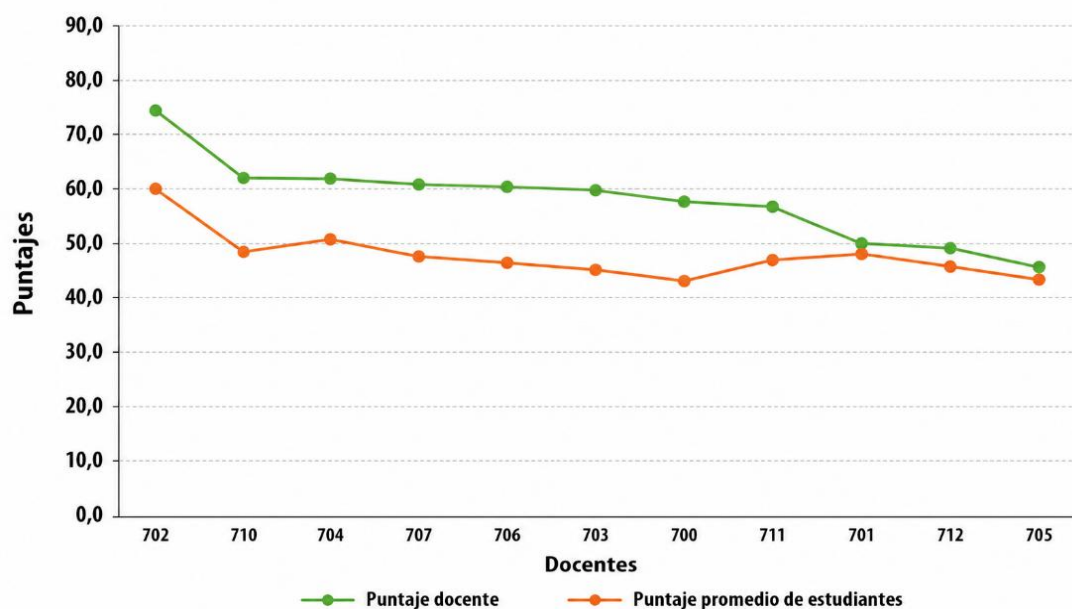
El punto de referencia interno de 60 puntos se definió con base en la puntuación tipificada calculada entre el promedio (50 puntos) y la desviación estándar (10) de la población, se presentan también algunos resultados comparativos desagregados por tipo de gestión, tipo de bachillerato, formación académica de los docentes, años de servicio en la profesión y sexo. En la Figura 4 se puede observar que la mayoría de las puntuaciones de los evaluados se concentra por debajo del puntaje del punto de referencia interno definido para el estudio, con diferencias entre puntajes a favor de los docentes, es decir, las puntuaciones de docentes son superiores con respecto al de los estudiantes y una parte de los mismos alcanza la mayor puntuación registrada en la evaluación (74 puntos de 100). La diferencia entre las puntuaciones de ambos grupos resultó ser significativa a un nivel de significancia del 0,05.

Figura 4. Distribución de puntajes de estudiantes y docentes con relación al puntaje promedio de competencia mínima



La Figura 5 señala la relación existente entre el puntaje de los docentes y el puntaje promedio de sus estudiantes, con una diferencia significativa a favor de la mayoría de los puntajes de los docentes, excepto un docente cuya puntuación es coincidente con la de sus estudiantes y dos, que lograron puntuaciones similares con respecto a su grupo. Se visualiza la misma línea de tendencia para ambos grupos de puntajes, a mayores puntuaciones de docentes le corresponden mayores puntuaciones promedios de sus estudiantes y viceversa.

Figura 5. Relación puntaje docentes vs puntaje promedio de estudiantes



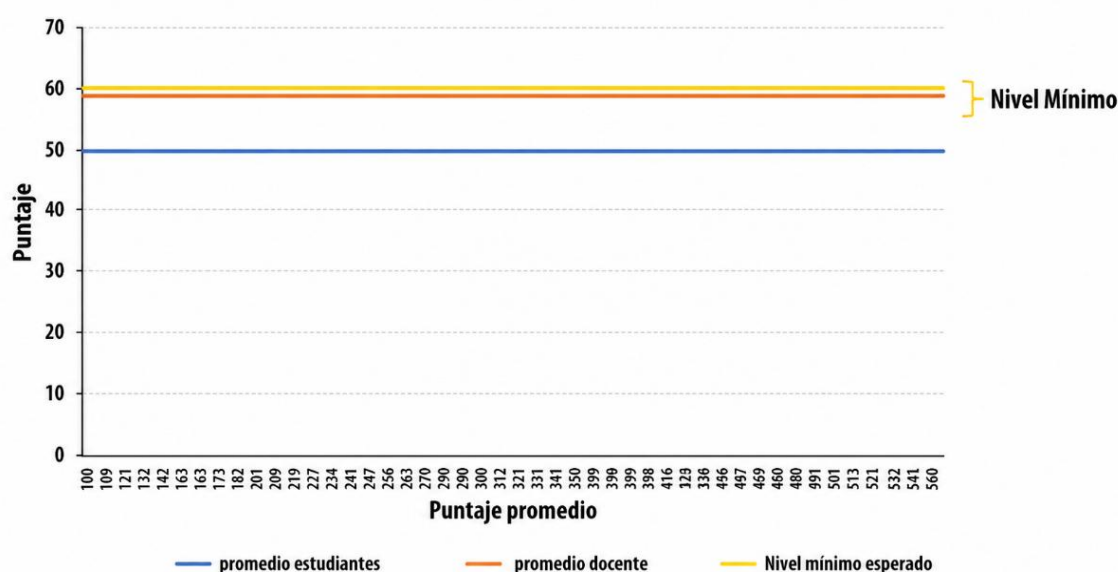
Por otra parte, en la Tabla 4, se visualizan los puntajes promedio de los docentes y estudiantes, mínimo, máximo y desvíos típicos, los puntajes oscilan entre un mínimo de 18 puntos para los estudiantes, frente a 45 puntos de puntuación mínima obtenida por el grupo de docentes. La puntuación más alta de aproximadamente 73 puntos corresponde al grupo de docentes.

Tabla 4. Puntajes promedio, desviación típica, mínimo y máximo de los evaluados

Evaluados	N	Puntaje Promedio	Desviación estándar	Puntaje Mínimo	Puntaje Máximo
Estudiantes	341	48,59	9,37	18,03	71,96
Docentes	11	59,08	8,04	45,77	73,70

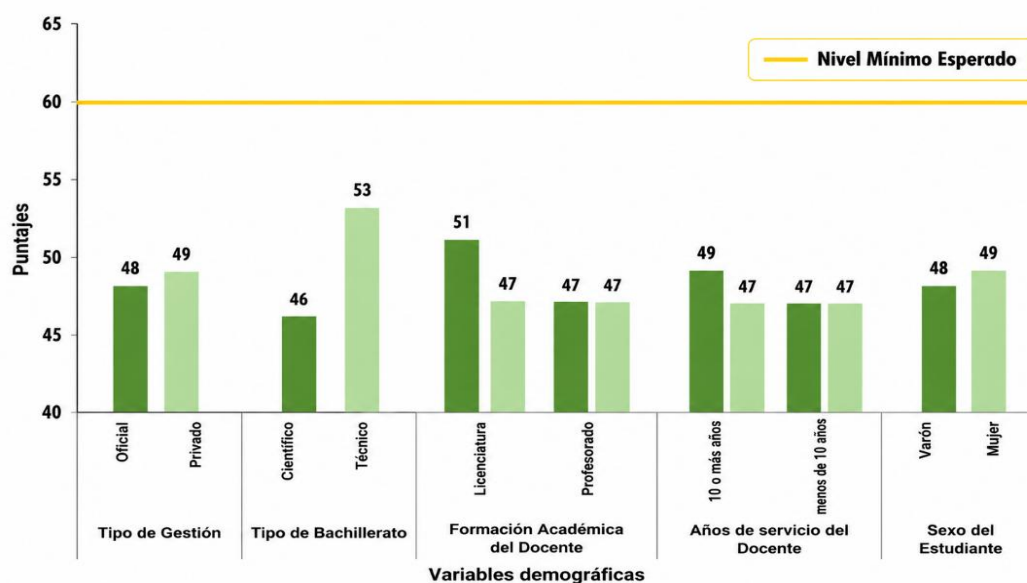
En la Figura 6, se observa la tendencia de los promedios para el grupo de evaluados cuyas puntuaciones se encuentran entre los 48 y 59 puntos aproximadamente, el primero corresponde al de los estudiantes y es inferior a los 60 puntos establecidos como el valor mínimo del punto de corte del nivel de desempeño esperado de competencias matemáticas, en cuanto al puntaje promedio de los docentes es casi de igual valor al del nivel mínimo.

Figura 6. Puntaje promedio de estudiantes y docentes



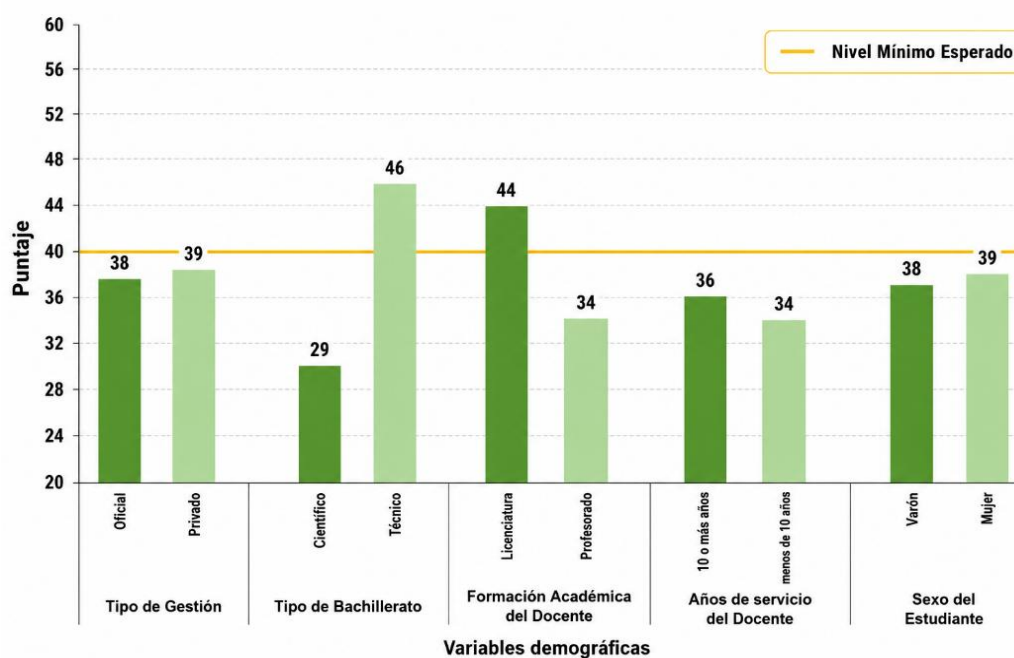
Al considerar algunas variables demográficas como el tipo de gestión de las instituciones educativas, el tipo de bachillerato, la formación académica del docente, sus años de servicio y el sexo de los estudiantes, se observa que los puntajes promedio de los estudiantes no alcanzan el nivel mínimo de 60 puntos, se visualizan además las diferencias existentes a favor de los estudiantes que cursan el bachillerato Técnico y tienen docentes con formación académica de Licenciatura, con variación entre 4 y 7 puntos respectivamente y diferencias mínimas de 2 puntos aproximadamente que se registraron a favor de las instituciones de gestión privada y docentes con diez o más años de servicio (Figura 7).

Figura 7. Puntajes promedios de estudiantes con relación a variables demográficas



En cuanto a los puntajes promedios de los docentes con respecto a las variables demográficas mencionadas, la Figura 8 señala que los docentes que enseñan en el bachillerato Técnico y tienen formación académica de Licenciatura logran promedios que superan a los de sus pares que enseñan en bachilleratos Científicos y tienen formación académica Profesorado. Con diferencias modestas los docentes que tienen diez años o más de servicio superan a sus pares con menos de diez años de servicio. Para el caso de la variable tipo de gestión y sexo no se registraron diferencias entre las puntuaciones.

Figura 8. Puntajes promedios de docentes con relación a variables demográficas



Comparación de rendimiento por conglomerados: estudiantes y docentes

Comparativos de los estimadores de puntajes a través la prueba F de ANOVA paramétrico y no paramétrico (Tabla 5) indican que las diferencias de promedio entre docentes son estadísticamente significativas al 0,05, es decir, al menos en algunos casos los promedios entre clases o grupos de estudiantes son estadísticamente distintos.

Tabla 5. Resultados comparativos entre puntajes promedio de los docentes

ANOVA					
Grupos	Grados de libertad (gl)	Suma de Cuadrados	Media cuadrática	F	Significancia
Entre grupos	10	9.307,695	930,769	14,356	,000
Intra grupos	339	21.979,536	64,836	-	-
Total	349	31.287,231	-	-	-

Se establecieron además otros análisis comparativos entre los puntajes de los docentes con base en las variables demográficas: i) Nivel Académico (Profesorado, Licenciatura); ii) Años de servicio en la docencia, (Mayor o igual a 10 años, Menor a 10 años); iii) Tipo de gestión al cual pertenece la institución educativa (Oficial, Privado); iv) Tipo de bachillerato (Científico, Técnico) y v) Sexo (Varón, Mujer), para los cuales se aplicó el análisis de varianza estadística a través de la prueba T de Student, con la verificación previa de que se cumpliera el supuesto de normalidad e igualdad de varianza al nivel de significancia del 0,05, en los grupos independientes a contrastar. En cuanto al análisis comparativo entre los puntajes promedios de los docentes según las categorías de las variables demográficas mencionadas, se observa en la Tabla 6 diferencias entre los puntajes promedios de los docentes a favor de las categorías de las variables de formación académica Licenciatura y bachillerato Técnico de enseñanza, pero, con significancia para la variable tipo de bachillerato. Las demás variables de estudio no registraron diferencias significativas entre las puntuaciones de los docentes.

Tabla 6. Comparación de puntuaciones promedios de docentes según variables demográficas

Variables	Categorías por variable	N	Media	Desviación estándar	Error	Significancia bilateral	Diferencia de medias
Nivel Académico	Licenciatura	3,00	63,89	8,54	4,93	0,14	7,75
	Profesorado	8,00	56,14	6,73	2,38	0,25	7,75
Años de servicio	Mayor o igual a 10 años	8,00	58,93	8,41	2,97	0,66	2,50
	Menor a 10 años	3,00	56,44	6,53	3,77	0,63	2,50
Tipo de gestión	Oficial	7,00	58,39	9,05	3,42	0,94	0,39
	Privado	4,00	58,01	5,82	2,91	0,93	0,39
Tipo de bachillerato	Bachillerato Científico	8,00	55,49	6,23	2,20	0,04	-10,13
	Bachillerato Técnico	3,00	65,62	7,03	4,06	0,11	-10,13
Sexo	Varón	5,00	58,18	7,01	3,13	0,98	0,14
	Mujer	6,00	58,32	8,92	3,64	0,98	0,14

DISCUSIÓN

El principal hallazgo de esta investigación evidencia la existencia de una asociación positiva entre el nivel de conocimiento matemático de los docentes y el rendimiento promedio alcanzado por sus estudiantes. Aunque, debido al diseño metodológico y al tamaño de la muestra, los resultados no permiten establecer relaciones de causalidad, la tendencia observada muestra que los estudiantes cuyos docentes obtuvieron mayores calificaciones en la prueba de competencias matemáticas también alcanzaron mejores niveles de desempeño.

Este resultado coincide con una amplia línea de investigación internacional que reconoce al conocimiento profesional docente como uno de los factores escolares con mayor influencia sobre el aprendizaje. Desde el marco conceptual del Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), Ball, Thames y Phelps (2008) sostienen que la enseñanza efectiva requiere un conocimiento especializado que permita al docente comprender profundamente los conceptos matemáticos, anticipar errores frecuentes, seleccionar representaciones adecuadas y tomar decisiones didácticas durante la enseñanza. Investigaciones posteriores han confirmado que el dominio de este conocimiento especializado favorece el desarrollo de ambientes de aprendizaje más efectivos y mayores oportunidades de construcción del pensamiento matemático (Charalambous et al., 2020; Carrillo et al., 2022).

Otro hallazgo relevante corresponde a que tanto estudiantes como docentes concentraron la mayor parte de sus evaluaciones por debajo del punto de referencia interno definido para el estudio. Si bien los docentes obtuvieron puntajes significativamente superiores a los de sus estudiantes, el promedio alcanzado por ambos grupos evidencia importantes oportunidades de mejora en el dominio de competencias matemáticas.

Este resultado guarda coherencia con los informes nacionales del Ministerio de Educación y Ciencias (MEC, 2019a, 2019b, 2019c, 2021), los cuales muestran que una elevada proporción de estudiantes paraguayos no alcanza los niveles mínimos de desempeño establecidos en Matemática tanto en las evaluaciones nacionales como internacionales.

Desde una perspectiva internacional, PISA 2022 confirma que el desarrollo de competencias matemáticas continúa siendo uno de los principales desafíos educativos, particularmente en países de ingresos medios, donde la recuperación de los aprendizajes posteriores a la pandemia aún constituye una prioridad para las políticas educativas (OCDE, 2023).

Las comparaciones realizadas muestran que los docentes con formación universitaria de *Licenciatura* y aquellos que desarrollan su labor en el *Bachillerato Técnico* obtuvieron puntajes promedio superiores respecto de sus pares. Aunque únicamente las diferencias asociadas al tipo de bachillerato alcanzaron significancia estadística, la tendencia observada resulta consistente con investigaciones que señalan que mayores niveles de formación disciplinar suelen traducirse en mejores oportunidades para promover aprendizajes matemáticos de mayor complejidad.

Estos resultados deben interpretarse con cautela debido al reducido tamaño de los grupos comparados. Sin embargo, aportan indicios que justifican futuras investigaciones con muestras más amplias que permitan profundizar el análisis de las características del conocimiento profesional docente y su relación con distintos contextos educativos.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos mediante la aplicación de la TRI permitieron caracterizar el perfil de conocimiento matemático de un grupo de docentes y sus estudiantes bajo el enfoque de competencias y evidenciaron diferencias en la complejidad cognitiva de los ítems que integraron el instrumento de evaluación, el ítem de mayor dificultad correspondió al contenido *Espacio y Forma*, que requiere procesos de modelización, integración de información y aplicación de teoremas matemáticos en un contexto profesional, competencias asociadas a niveles superiores de desempeño definidos por PISA. En contraste, el ítem que resultó de menor dificultad está vinculado al contenido *Cambio y Relaciones*, de contexto personal, cuya resolución requería procedimientos rutinarios y el reconocimiento de situaciones matemáticas equivalentes, alcanzando el mayor porcentaje de respuestas correctas entre los participantes. Estos resultados confirman que las mayores dificultades se concentran en aquellas tareas que demandan razonamiento matemático, modelización y resolución de problemas no rutinarios.

En relación con el objetivo principal de la investigación, los hallazgos muestran la existencia de una asociación positiva entre el conocimiento matemático de los docentes y el desempeño promedio de sus estudiantes, si bien, los docentes obtuvieron puntuaciones significativamente superiores a las de los estudiantes, ambos grupos concentraron la mayor parte de sus resultados por debajo del punto de referencia interno definido para el estudio. Esta situación resulta consistente con la evidencia reportada por las evaluaciones nacionales e internacionales y pone de manifiesto la necesidad de continuar fortaleciendo el desarrollo de competencias matemáticas tanto en la formación inicial como en el ejercicio profesional docente.

Las comparaciones realizadas según variables demográficas permitieron identificar tendencias favorables para los docentes con formación académica de Licenciatura y para aquellos que desempeñan su labor en el Bachillerato Técnico, cuyos estudiantes también obtuvieron mejores puntuaciones promedio. Asimismo, se observaron diferencias moderadas asociadas a la experiencia profesional y al tipo de gestión institucional, aunque estas no alcanzaron significancia estadística en la mayoría de los casos. En consecuencia, los resultados sugieren que determinadas características del perfil profesional del docente podrían estar asociadas con mejores desempeños académicos, aspecto que merece ser profundizado mediante investigaciones con muestras de mayor tamaño y diseños adecuados que permitan evaluar con mayor precisión la relación observada.

Uno de los principales aportes de este estudio radica en la utilización de la TRI, bajo el modelo de Rasch, como estrategia para estimar simultáneamente las habilidades de docentes y estudiantes en una misma escala de medición, lo cual, permitió obtener estimaciones más precisas del conocimiento matemático y realizar comparaciones fundamentadas entre ambos grupos, constituyendo una aproximación metodológica poco explorada en investigaciones educativas desarrolladas en el contexto paraguayo.

Desde el punto de vista educativo, los hallazgos respaldan la importancia de fortalecer el conocimiento matemático especializado del profesorado como componente estratégico para mejorar los aprendizajes de los estudiantes. En este sentido, los resultados aportan evidencia que puede contribuir al diseño de políticas orientadas al fortalecimiento de la formación inicial, la actualización profesional continua y el desarrollo de prácticas de enseñanza coherentes con el enfoque por competencias promovido por el currículo nacional.

Finalmente, los resultados deben interpretarse considerando las limitaciones metodológicas del estudio, el reducido número de docentes participantes y el diseño no experimental de alcance correlacional impiden establecer relaciones de causalidad y restringen la generalización de los hallazgos a otros contextos educativos.

No obstante, estas limitaciones no disminuyen el valor de la evidencia generada, sino que delimitan su alcance interpretativo. En este sentido, es importante mencionar que la investigación constituye un aporte empírico relevante para el contexto paraguayo, debido a que, además de aportar evidencia sobre la relación entre el conocimiento matemático docente y el desempeño estudiantil, demuestra la viabilidad de utilizar modelos de TRI para analizar simultáneamente las habilidades de docentes y estudiantes en una escala común, ofreciendo una alternativa metodológica con potencial para futuras investigaciones y para el fortalecimiento de los sistemas nacionales de evaluación educativa.

REFERENCIAS

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barber, M., & Mourshed, M. (2008). *Cómo hicieron los sistemas educativos con mejor desempeño del mundo para alcanzar sus objetivos*. McKinsey & Company. https://www.mckinsey.com/~media/mckinsey/industries/public%20and%20social%20sector/our%20insights/how%20the%20worlds%20best%20performing%20school%20systems%20come%20out%20on%20top/como_hicieron_los_sistemas_educativos.pdf
- Bruns, B., & Luque, J. (2014). *Profesores excelentes: Cómo mejorar el aprendizaje en América Latina y el Caribe*. Banco Mundial. <https://www.bancomundial.org/content/dam/Worldbank/Highlights%20&%20Features/lac/LC5/Spanish-excellent-teachers-report.pdf>
- Carrillo-Yáñez, J., Montes, M. Á., & Climent, N. (Eds.). (2022). *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino*. Dykinson. <https://doi.org/10.2307/j.ctv2zp4vp1>
- Charalambous, C. Y., Hill, H. C., Chin, M. J., & McGinn, D. (2020). Mathematical content knowledge and knowledge for teaching: Exploring their distinction and contribution to student learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(6), 579–613. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09443-2>
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Kluwer Academic Publishers.
- Hambleton, R. K., & Swaminathan, H. (2013). *Item response theory: Principles and applications*. Springer Science & Business Media. <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=dUbwCAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA33&dq=Lord+1973+IRT&ots=juFKJpxWUF&sig=PpcVK8BXglq8tJZvPZwRWLFcGqo#v=onepage&q=Lord%201973%20IRT&f=false>
- Liljedahl, P. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K–12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin. <https://www.corwin.com/books/building-thinking-classrooms-268862>
- Linacre, J. M. (2022). *A user's guide to Winsteps Minstep: Rasch-model computer programs (Version 5.2.0) [Computer software manual]*. Winsteps. <https://www.winsteps.com/winman/copyright.htm>
- Ministerio de Educación y Ciencias. (2019a). *Educación en Paraguay: Hallazgos de la experiencia en PISA para el desarrollo*.
- Ministerio de Educación y Ciencias. (2019b). *Informe nacional analítico: Resultados de la primera evaluación censal de logros académicos a estudiantes de finales de ciclo y nivel*.
- Ministerio de Educación y Ciencias. (2019c). *Análisis de factores asociados al rendimiento académico de estudiantes de finales de ciclo*.
- Ministerio de Educación y Ciencias. (2021). *Informe nacional de resultados: Evaluación censal SNEPE 2018*.
- Ministerio de Educación y Ciencias. (2024). *PISA 2022: Informe de resultados. Paraguay*. Instituto Nacional de Evaluación Educativa. <https://www.mec.gov.py/>

- Ministerio de Educación y Cultura. (2014). *Consultoría internacional: Contratación de especialista para procesamiento, análisis de ítems y ajustes de instrumentos de logros académicos y factores asociables al aprendizaje*—ID n.º 277.854. *Producto 3: Informe técnico del procesamiento y análisis de ítems*.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2023a). *Evaluación PISA 2022 y marco analítico*. Publicaciones de la OCDE. <https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2023b). *Resultados PISA 2022 (Volumen I): El estado del aprendizaje y la equidad en la educación*. Publicaciones de la OCDE. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework for PISA 2006*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264026407-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2009). *Take the test: Sample questions from OECD's PISA assessments*. OECD Publishing. <http://www.sourceoecd.org/education/9789264050808>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2023). *Informe de seguimiento de la educación en el mundo 2023: La tecnología en la educación: ¿Una herramienta en los términos de quién?*. UNESCO. <https://www.unesco.org/gem-report/en/publication/technology>
- Wright, B. D., & Stone, M. H. (1998). *Diseño de mejores pruebas utilizando la técnica de Rasch*. Ceneval.