

# EL CÁLCULO DE LAS EDADES SIMPLES EN LAS PROYECCIONES DE POBLACIÓN.

Ricardo F. Neupert\*

\* Licenciado en Sociología, Universidad de Chile  
Ph.D., Sociology (Major: Demography), Brown University, USA

Retirado de UNFPA en el 2011 y actualmente trabajando como consultor independiente (América Latina, África y Sudeste Asiático). Último trabajo con UNFPA fue como Asesor Técnico *Senior* en la Iniciativa Especial de los Censos localizada en el Fondo en Nueva York. Este trabajo consistió en entregar apoyo técnico a los países que implementaron el censo durante la ronda de 2010. Trabajos anteriores realizados también para UNFPA en proyectos relacionados con actividades censales en diferentes países. Trabajó como Profesor Visitante en la Universidade Federal de Minas Gerais, (1986) y en la Australian National University (1995-1997). Diversos artículos publicados en revistas técnicas internacionales.

Fono fijo: 56 22 453 1590  
Cel: 56 958765295  
Skype: ricardoneupert  
rneupert@hotmail.com

Certifico que el presente artículo no ha sido publicado anteriormente y no se encuentra en proceso de revisión en ninguna otra publicación, sea electrónica o en papel.

# EL CÁLCULO DE LAS EDADES SIMPLES EN LAS PROYECCIONES DE POBLACIÓN.

## RESUMEN

Este estudio describe un método de interpolación para desagregar en edades simples poblaciones estimadas o proyectadas por grupos quinquenales de edad. El método - *rugosidad mínima* - soslaya el problema de las *variaciones espúreas*, que es un problema bastante frecuente en las interpolaciones que utilizan multiplicadores. Estas son fluctuaciones que aparecen en la distribución por edades simples resultantes de las operaciones matemáticas comprendidas en el método de interpolación y no de la dinámica demográfica. Independientemente de su capacidad de evitar este problema, el método es conveniente en sí mismo y representa una alternativa ventajosa al uso de multiplicadores en la desagregación de grupos de edad en edades simples.

## SUMMARY

This study describes a method of interpolation to disaggregate into single ages populations estimated or projected by five-year age groups. The method - *minimum roughness* - obviates the problem of *spurious variations*, which is a rather frequent problem in interpolations using multipliers. These are fluctuations that appear in the distribution by simple ages resulting from mathematical operations included in the method of interpolation and not from the demographic dynamics. Irrespective of its ability to avoid this problem, the method is convenient by its own merit, and represents an advantageous alternative to the use of multipliers in the disaggregation of age groups by single ages.

## PALABRAS CLAVE

Interpolación, edades simples, proyecciones y estimaciones, variaciones espurias, multiplicadores, rugosidad mínima.

## INTRODUCCIÓN

El *método de los componentes* es una de las técnicas de estimación y proyección más perfeccionada, conveniente y completa y es, por lo tanto, la metodología utilizada por la mayoría de los países para preparar sus proyecciones de población. Permite trabajar de manera independiente cada una de las variables de la dinámica poblacional, o componentes (mortalidad, fecundidad y migraciones). Toma el sexo y la edad como las variables pivotes en el momento de trabajar cada una de ellas. Se basa en el principio de avanzar a través del tiempo, en incrementos de 5 años, a cohortes también de 5 años, comenzando desde una población base, generalmente el censo de población más reciente. Así, en su forma más básica este método entrega la población por sexo y grupos de edad de amplitud 5 años para cada quinquenio del periodo de la proyección (Naciones Unidas, 1956; Centro Latinoamericano de Demografía, 1984; Stanley, Tayman & Swanson, 2001).

Aunque en este método se puede proceder por poblaciones y componentes por edades simples y por años calendarios seguidos, tradicionalmente se ha preferido operar con grupos de edad de 5 años y por quinquenios. Al proceder de esta forma se evitan los problemas de las distribuciones por edades simples, en particular, con respecto a la población inicial de la proyección (por ejemplo, las preferencias de dígitos). También se evita la complejidad de tener que disponer de tasas de mortalidad, fecundidad y migraciones por edades simples y años calendario continuos. A fin de obtener las proyecciones por edades simples y años calendario seguidos se utilizan diversas técnicas de interpolación. A algunos programas de proyecciones se les ha incorporado sub-rutinas de interpolación con lo cual no es necesario realizar dichos cálculos de forma independiente. Algunos incluso interpolan los eventos vitales (nacimientos, defunciones y migraciones) por año y por edades simples (por ejemplo, DEMPROJ y RUPLEX).

La interpolación es una forma de identificar valores intermedios entre dos valores dados. Hoy dos tipos de interpolación: puntual y grupal. En la primera se completan puntos intermedios entre una serie de puntos datos. Por ejemplo, dada la población de edades 1, 5 y 10 años, se puede requerir interpolar las poblaciones de 2, 3, 4 años y las de 6, 7, 8 y 9 años. Por otro lado, la interpolación grupal consiste en desagregar valores agrupados en valores individuales. Por ejemplo, dada la población de 0 a 4 años, puede necesitarse la población por edades simples (0,1, 2, 3, 4 años).

Existen diversos métodos de interpolación grupal. Los más utilizados en la desagregación por edades simples son los polinomiales y en particular, los

osculatorios. Estos consisten en combinar dos ecuaciones polinomiales que se superponen en una única ecuación. En este tipo de interpolación pueden utilizarse diversas formulas que se expresan en términos de coeficientes o multiplicadores que se aplican a los datos a ser desagregados. Los multiplicadores más conocidos son los de Sprague y Beers (Shryock, Siegel & Associates.1976).

El objetivo de este estudio es proponer un método alternativo de interpolación para desagregar la población por grupos de edad en edades simples sin que se presente un problema bastante frecuente en las interpolaciones: las *variaciones espurias*. Estas son fluctuaciones que aparecen en la distribución por edades simples resultantes de las operaciones matemáticas comprendidas en el método de interpolación y no de la dinámica demográfica.

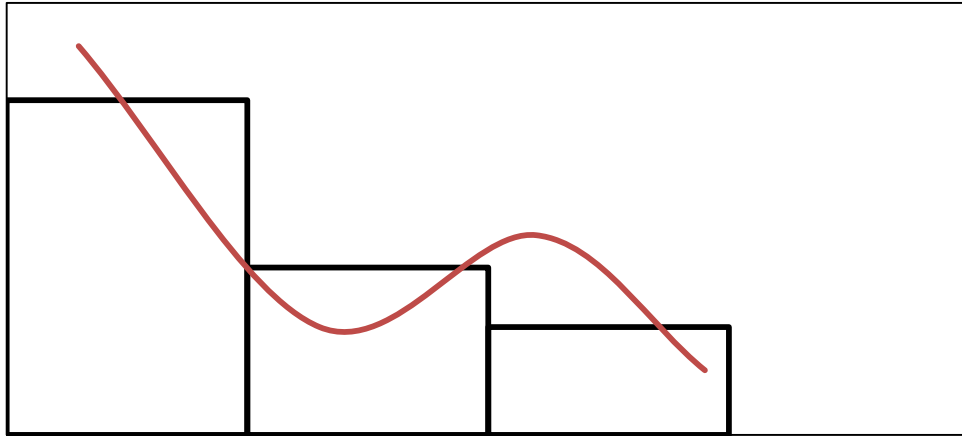
Es necesario aclarar que acá no se intenta explicar los aspectos matemáticos que implican que métodos de interpolación de uso frecuente resulten en estas variaciones accidentales. Tampoco describen los aspectos matemáticos del método propuesto. Esto implicaría explicaciones algo complejas que van más allá de los propósitos de este trabajo. Acá el objetivo es más bien práctico. Se trata de presentar únicamente el procedimiento para desagregar una población por grupos de edad en edades simples sin que se presentes cambios bruscos en esta última distribución.

#### **EL METODO DE LA RUGOSIDAD MINIMA**

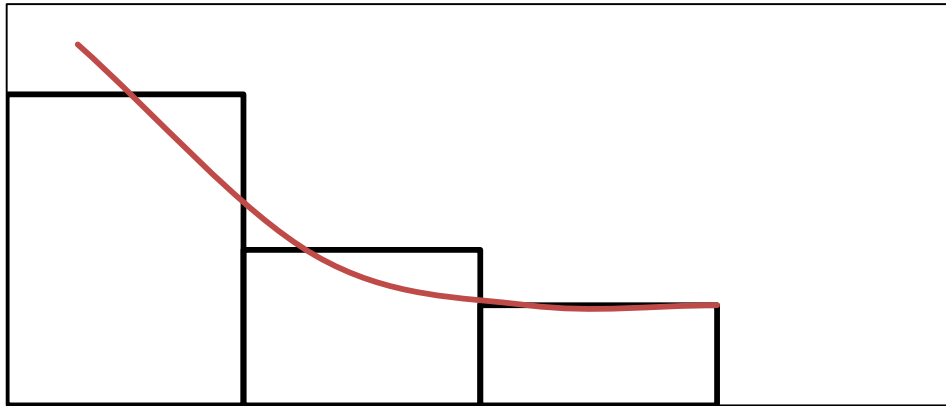
Este método fue desarrollado por G. Feeney (2014) y se basa en la idea de *rugosidad mínima* (minimum roughness). Este concepto se entiende mejor con un ejemplo.

Considérense los Gráficos 1 y 2. En el primero se presentan tres grupos quinquenales de edad, representados por las tres columnas. La línea representa el resultado de una interpolación que desagregó los grupos de edad en edades simples. Como se puede apreciar hay una caída rápida, luego una subida y luego una nueva caída. La fluctuación de la curva hacia arriba consiste en una *variación espuria* ya que no hay nada en los datos agrupados que sugiera esta fluctuación. En el Grafico 2 se muestra la interpolación después de haberla ajustado con el método de la *rugosidad mínima*. La curva sigue la tendencia decreciente sugerida por los datos agrupados.

**Gráfico 1: Tres grupos quinquenales de edad (columnas ) e interpolación polinomial en edades simples (curva)**



**Gráfico 2: Tres grupos quinquenales de edad (columnas ) e interpolación por rugosidad mínima en edades simples (curva)**



El método de la *rugosidad mínima* comienza con la idea que los puntos interpolados entre los límites de los grupos de edad deben formar una curva tan lisa como sea posible. A fin de obtener esta suavidad en la curva se debe definir una medida de *rugosidad* para luego minimizar estas asperezas en los valores interpolados que presentan problemas.

Para esto no se necesitan conocimientos o habilidades matemáticas especiales sino solo un poco de experiencia en el uso de planillas de cálculo como Excel y el complemento (Add-In) Solver.

Como ya se mencionó, los principios matemáticos del método no van a ser tratados en este artículo ya que su carácter es esencialmente práctico. Sin embargo, vale la pena mencionar que este se basa en la teoría matemática de la *optimización*, que es conocida desde hace bastante tiempo. Por este motivo uno puede preguntarse por qué este no ha sido hasta ahora utilizado para interpolar y, en particular, para desagregar distribuciones de población por edades quinquenales en edades simples, considerando que el uso de multiplicadores lleva, en muchos casos, a resultados inaceptables. La respuesta es que desagregar una población por grupos quinquenales en edades simples puede requerir de la minimización de una función de 10 o más variables. Este procedimiento, en un computador personal, utilizando Excel Solver, toma menos de un minuto. Esta capacidad computacional solo recientemente ha llegado a ser ampliamente accesible.

A continuación se presentan casos de variaciones espurias que surgieron al desagregar poblaciones proyectada según grupos de edad en una población por edades simples. Se considera la población de Chile proyectada para el año 2020 en base al censo de 2002 realizada unos años después del levantamiento de dicho censo. Este caso va a ser utilizado para describir y analizar el método de la *rugosidad mínima*. En la sección siguiente se presentan otros ejemplos.

#### **EJEMPLO 1: PROYECCION DE LA POBLACION NACIONAL DE CHILE, AÑO 2020.**

Siguiendo la práctica usual de elaborar proyecciones de población luego de la realización de un censo de población y vivienda, el Instituto Nacional de Estadísticas de Chile, con el apoyo del Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía (CELADE), realizó proyecciones de población en base al Censo de 2002. Siguiendo la estrategia estándar de CELADE, la proyección consistió en una estimación de la población y en una proyección propiamente tal. Para la estimación se consideran todos los censos levantados con anterioridad al Censo 2002, comenzando con el Censo 1950, y las estadísticas vitales disponibles para este periodo. Con esta información se estimó la población entre los años 1950 y 2005 (*periodo observado*). A partir del año 2005 y hasta el 2050, el ejercicio consistió en una proyección propiamente dicha (para una descripción detallada de

estas proyecciones véase Instituto Nacional de Estadísticas, INE & Comisión Económica para América Latina, CEPAL, 2004).

Para estas proyecciones se utilizó el método de los componentes. Los resultados directos fueron las poblaciones por sexo y grupos de edad (quinquenales) para cada quinquenio entre 1950 y 2050. La distribución de la población por edades simples fue obtenida primero para la población mayor de 5 años y luego para la menor de 5 años. Para la primera se utilizaron los multiplicadores de Sprague. Según se mencionó anteriormente, esta es una forma de interpolación polinomial osculatoria que desagrega la población por grupos de edad en una población por edades simples utilizando formulas que se expresan en términos de ecuaciones lineales compuestas, o sea, en términos de multiplicadores que se aplican a los datos a ser desagregados. Para desagregar el grupo de 0 a 4 años se rejuveneció el grupo de 5 a 9 años del quinquenio anterior ya desagregado en edades simples por el método de Sprague. El rejuvenecimiento se realizó utilizando la probabilidad de sobrevivencia por edades individuales obtenida a partir de una tabla de vida modelo (véase Instituto Nacional de Estadísticas, INE & Comisión Económica para América Latina, CEPAL, 2004, pág. 34).

Para los efectos de este estudio, y para ejemplificar el método de la *rugosidad mínima*, se consideró primeramente la población proyectada al año 2020. El Cuadro 1 muestra dicha población por grupos de edad y por edades simples. La desagregación se realizó por los métodos antes descritos. El Gráfico 3 muestra la población por edades agrupadas y el Gráfico 4 por edades simples.

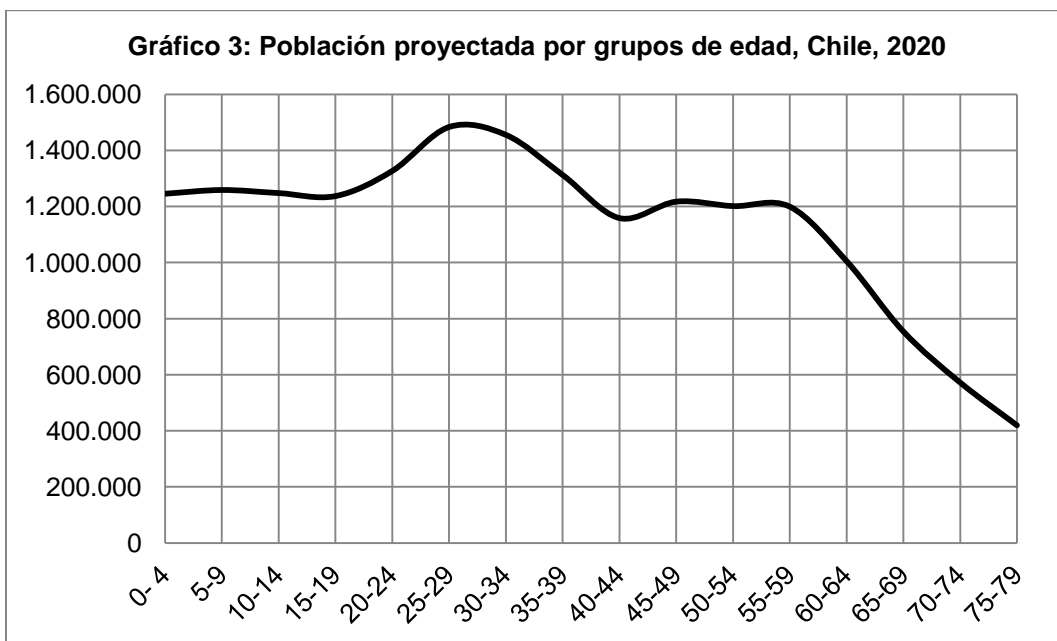
**Cuadro 1: Población proyectada por grupos de edad y edades simples, Chile, 2020**

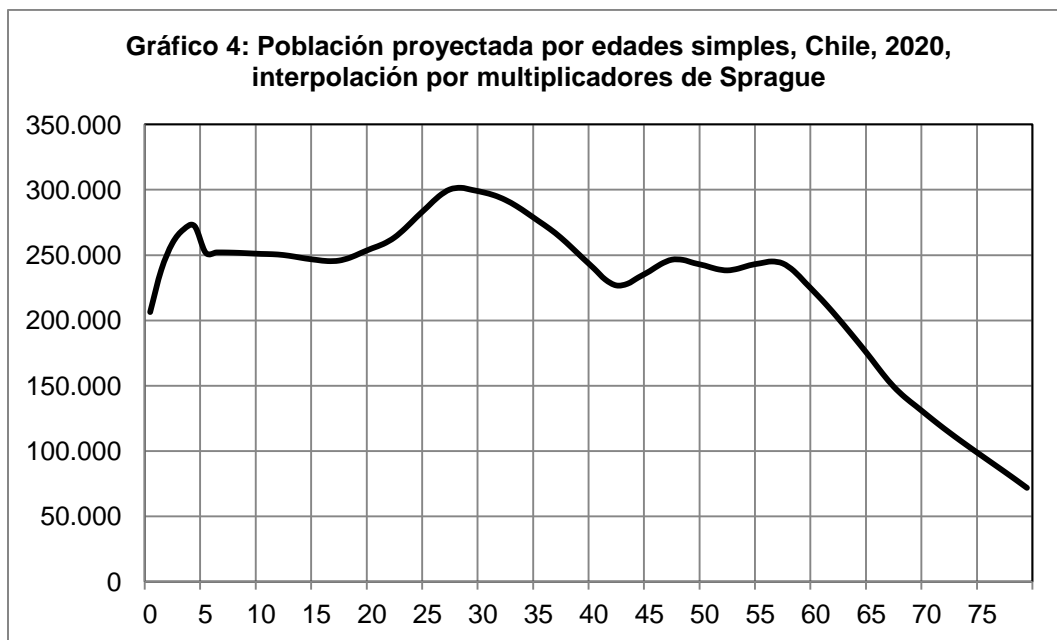
Grupos de edad	Población 2020	Edades simples	Población 2020
0- 4	1,245,395	0	206,320
5-9	1,258,585	1	238,519
10-14	1,247,578	2	258,930
15-19	1,236,847	3	269,490
20-24	1,326,425	4	272,136
25-29	1,483,179	5	251,788
30-34	1,455,216	6	251,966
35-39	1,312,293	7	251,911
40-44	1,158,477	8	251,662
45-49	1,217,060	9	251,258
50-54	1,201,177	10	250,860
55-59	1,199,134	11	250,629
60-64	1,005,170	12	249,997

Grupos de edad	Población 2020	Edades simples	Población 2020
65-69	754,047	13	248,763
70-74	572,158	14	247,329
75-79	419,566	15	246,246
80+	456,788	16	245,339
Total	18,549,095	17	245,715
		18	247,958
		19	251,589
		20	255,142
		21	258,424
		22	263,348
		23	270,558
		24	278,953
		25	286,894
		26	294,842
		27	300,172
		28	301,451
		29	299,820
		30	298,019
		31	295,698
		32	292,183
		33	287,472
34	281,844		
35	275,931		
36	270,032		
37	263,309		
38	255,544		
39	247,477		
40	239,602		
41	231,272		
42	226,731		
43	227,972		
44	232,900		
45	237,578		
46	242,962		
47	246,409		
48	246,258		
49	243,853		
50	241,864		
51	239,363		
52	238,242		
53	239,586		
54	242,122		
55	243,714		
56	245,048		
57	243,541		
58	237,776		
59	229,055		
60	220,307		



Grupos de edad	Población 2020	Edades simples	Población 2020
		61	211,189
		62	201,438
		63	191,296
		64	180,940
		65	170,237
		66	159,139
		67	149,192
		68	141,127
		69	134,352
		70	127,470
		71	120,685
		72	114,197
		73	107,944
		74	101,862
		75	95,886
		76	89,953
		77	83,998
		78	77,958
		79	71,771
		80+	456,788
		Total	18,549,095





En el Gráfico 3 se nota claramente una inflexión que ocurre entre las edades 0 a 5 años. Esta inflexión es espuria, resultante del procedimiento de interpolación y no de una tendencia demográfica substantiva causada, por ejemplo, por fluctuaciones en la fecundidad. En las edades quinquenales no aparece ninguna fluctuación que sugiera aquella que surgió cuando se desagregó por edades individuales. El origen de esta irregularidad es difícil de identificar, pero obedece, seguramente, al uso de los multiplicadores de Sprague. También puede deberse al uso de probabilidades de sobrevivencia para rejuvenecer a la población de 5-9 en el año 2025. Como ya se mencionó anteriormente, el objetivo acá no es analizar las causas de estos sesgos sino que solucionarlos.

El Cuadro 2 muestra la tabla que se necesita para aplicar el método de la *rugosidad mínima* utilizando Solver. Esta tabla contiene las siguientes columnas:

- A) Grupos de edad dados, usualmente grupos quinquenales, con un último grupo abierto (en este caso 80 y más).
- B) Población, que corresponde a los grupos de edad dados.
- C) Edades simples.
- D) *Multiplicadores provisionarios*, que son los multiplicadores más simples que se pueden definir para desagregar los grupos quinquenales de edad en edades

individuales. Estos multiplicadores dividen en 5 grupos de igual tamaño la población de cada grupo quinquenal de edad. Equivalen a dividir la población de cada grupo quinquenal por 5.

E) Población por edades simples. Cada grupo quinquenal de edad debe multiplicarse por 0.2, lo que equivale a dividirlo por 5. El resultado es la población por edades simples. Sin embargo, este método está bastante lejos de entregar una interpolación satisfactoria. Como se puede apreciar, la población de las edades simples de cada grupo quinquenal es la misma. Lo que se requiere es un conjunto de cinco multiplicadores para cada grupo de edad de 5 años que, en su conjunto, conformen una curva lisa y no un conjunto de rectas.

F) Promedios móviles. Una vez obtenida la distribución por edades individuales como resultado de aplicarle a la distribución por grupos quinquenales de edades el multiplicador provisorio (0.2), realice las siguientes dos operaciones: (i) para cada valor, excepto el primero y el último, calcule un promedio restando del número en cuestión la suma del valor anterior y posterior dividida por 2; (ii) divida el resultado anterior por 1000 y eleve al cuadrado. Los resultados de estas operaciones son un conjunto de *promedios móviles*.

G) Calculo de la *rugosidad*. A continuación sume los promedios móviles. El resultado puede ser considerado como una medida de *rugosidad*.

H) Condiciones. Esta última columna contiene la población por grupos quinquenales de edad. Es igual a la columna B, pero debe ser calculada como la suma de las poblaciones por edades simples que componen cada quinquenio (columna E). Como se explica más adelante, estos valores se usan para asegurar la consistencia entre la población dada y la población interpolada para cada grupo de edad quinquenal.

Una vez creado este cuadro, inicie las operaciones para obtener la distribución suavizada de la población por edades simples. Para esto se utiliza el complemento Excel Solver. Los resultados se presentan en el Cuadro 3. Siga los siguientes pasos:

1. Abra el complemento **Solver**. Esto va a abrir un cuadro de dialogo llamado **Parámetros de Solver**;

2. En el casillero **Establecer objetivo** entre la fórmula de la *medida de rugosidad*, esto es, aquella utilizada para sumar los promedios móviles (sumatoria de los valores de la columna F del Cuadro 2);

**Cuadro 2: Datos para la interpolación por rugosidad mínima, población proyectada, Chile, 2020**

(A) Grupos de edad	(B) Población 2020	(C) Edades simples	(D) Multiplicadores	(E) Población interpolada	(F) Promedios móviles	(G) Condiciones
0- 4	1,245,395	0	0.20000	249,079		1,245,395
5-9	1,258,585	1	0.20000	249,079	0.000	1,258,585
10-14	1,247,578	2	0.20000	249,079	0.000	1,247,578
15-19	1,236,847	3	0.20000	249,079	0.000	1,236,847
20-24	1,326,425	4	0.20000	249,079	1.740	1,326,425
25-29	1,483,179	5	0.20000	251,717	1.740	1,483,179
30-34	1,455,216	6	0.20000	251,717	0.000	1,455,216
35-39	1,312,293	7	0.20000	251,717	0.000	1,312,293
40-44	1,158,477	8	0.20000	251,717	0.000	1,158,477
45-49	1,217,060	9	0.20000	251,717	1.212	1,217,060
50-54	1,201,177	10	0.20000	249,516	1.212	1,201,177
55-59	1,199,134	11	0.20000	249,516	0.000	1,199,134
60-64	1,005,170	12	0.20000	249,516	0.000	1,005,170
65-69	754,047	13	0.20000	249,516	0.000	754,047
70-74	572,158	14	0.20000	249,516	1.152	572,158
75-79	419,566	15	0.20000	247,369	1.152	419,566
80+	456,788	16	0.20000	247,369	0.000	456,788
		17	0.20000	247,369	0.000	
Total	18,549,095	18	0.20000	247,369	0.000	18,549,095
		19	0.20000	247,369	80.242	
		20	0.20000	265,285	80.242	
		21	0.20000	265,285	0.000	
		22	0.20000	265,285	0.000	
		23	0.20000	265,285	0.000	
		24	0.20000	265,285	245.718	
		25	0.20000	296,636	245.718	
		26	0.20000	296,636	0.000	
		27	0.20000	296,636	0.000	
		28	0.20000	296,636	0.000	
		29	0.20000	296,636	7.819	
		30	0.20000	291,043	7.819	
		31	0.20000	291,043	0.000	
		32	0.20000	291,043	0.000	
		33	0.20000	291,043	0.000	
		34	0.20000	291,043	204.270	
		35	0.20000	262,459	204.270	
		36	0.20000	262,459	0.000	
		37	0.20000	262,459	0.000	
		38	0.20000	262,459	0.000	
		39	0.20000	262,459	236.594	
		40	0.20000	231,695	236.594	
		41	0.20000	231,695	0.000	
		42	0.20000	231,695	0.000	

(A) Grupos de edad	(B) Población 2020	(C) Edades simples	(D) Multiplicadores	(E) Población interpolada	(F) Promedios móviles	(G) Condiciones
		43	0.20000	231,695	0.000	
		44	0.20000	231,695	34.320	
		45	0.20000	243,412	34.320	
		46	0.20000	243,412	0.000	
		47	0.20000	243,412	0.000	
		48	0.20000	243,412	0.000	
		49	0.20000	243,412	2.523	
		50	0.20000	240,235	2.523	
		51	0.20000	240,235	0.000	
		52	0.20000	240,235	0.000	
		53	0.20000	240,235	0.000	
		54	0.20000	240,235	0.042	
		55	0.20000	239,827	0.042	
		56	0.20000	239,827	0.000	
		57	0.20000	239,827	0.000	
		58	0.20000	239,827	0.000	
		59	0.20000	239,827	376.220	
		60	0.20000	201,034	376.220	
		61	0.20000	201,034	0.000	
		62	0.20000	201,034	0.000	
		63	0.20000	201,034	0.000	
		64	0.20000	201,034	630.628	
		65	0.20000	150,809	630.628	
		66	0.20000	150,809	0.000	
		67	0.20000	150,809	0.000	
		68	0.20000	150,809	0.000	
		69	0.20000	150,809	330.836	
		70	0.20000	114,432	330.836	
		71	0.20000	114,432	0.000	
		72	0.20000	114,432	0.000	
		73	0.20000	114,432	0.000	
		74	0.20000	114,432	232.843	
		75	0.20000	83,913	232.843	
		76	0.20000	83,913	0.000	
		77	0.20000	83,913	0.000	
		78	0.20000	83,913	0.000	
		79	0.20000	83,913		
		80+				
		Total			4772.315	

3. A continuación haga clic en **Mín**;

4. En el casillero **Cambiando las celdas**, entre las direcciones de las celdas de la columna donde están los multiplicadores provisionales, esto es, el conjunto de 0.2 (columna D del Cuadro 2). Estos son los valores que van a ser ajustados.

El paso a seguir es algo más complicado. Es necesario asegurarse que la suma de los valores interpolados ajustados para cada grupo de edad sea igual a los valores iniciales de ese grupo. Por ejemplo, la suma de la población (ajustada) de edades 10, 11, 12, 13 y 14 años debe ser igual a la población 10-14 años de la distribución original de la población por grupos de edad. Esto debe ser así para cada grupo de edad considerado en la operación.

5. Para conseguir esta correspondencia es necesario utilizar el casillero **Sujeto a las restricciones** y el botón **agregar**. Haga clic en dicho botón y va a aparecer un nuevo cuadro de dialogo.

6. En el casillero **Referencia** coloque la dirección del primer grupo de población por grupos de edad calculada en base a las sumas de la población por edades simples interpolada (columna G en el Cuadro 2); esta es la población que se desea que sea igual a la población del grupo de edad original.

7. En el casillero siguiente seleccione el signo = pues se requiere que ambos valores sean iguales.

8. En el casillero siguiente, siempre dentro de **Restricción**, entre la dirección correspondiente a la población del grupo de edad dado (columna B en el Cuadro 2); esta es la población a la cual la población en el casillero **Referencia** debe ser igual.

9. Para aceptar una restricción y agregar otra haga clic en **Agregar**. Así puede entrar todas las restricciones que sea necesario, es decir, para la población de cada uno de los grupos de edad en cuestión.

10. Para aceptar la restricción y volver al cuadro de dialogo **Parámetros de Solver**, haga clic en **Aceptar**. Para cambiar o eliminar cualquier restricción use los botones **Cambiar** o **Eliminar**.

11. Finalmente, haga clic en **Resolver** y va a aparecer un cuadro de dialogo llamado **Resultados de Solver**. Acepte el resultado seleccionando **Conservar solución de Solver**.

El resultado de la anterior operación es que los multiplicadores provisionales (0.2) van a cambiar de tal modo de dar la *mínima rugosidad* (o máxima suavidad) a la distribución de la población por edades simples, manteniendo la restricción que la suma de la población por edades simples de cada grupo quinquenal sea igual a la población de dicho grupo quinquenal. La columna de población por edades simples se modifica, experimentando un *alisamiento* sin que haya variaciones espurias. En otras palabras, lo que el método hace es repetir la estructura por edades agrupadas en la distribución por edades simples.

El Cuadro 3 muestra los resultados de la aplicación de este método a los datos del Cuadro 2. Para efectos comparativos, a este cuadro se le agregó una columna con las edades simples obtenidas por los multiplicadores de Sprague (columna D). Es importante examinar cómo cambiaron los multiplicadores. En el Cuadro 3, en la columna E, aparecen los multiplicadores modificados de tal manera para que entreguen a la distribución la rugosidad o aspereza mínima. En la columna F aparece la población interpolada obtenida con estos multiplicadores.

**Cuadro 3: Resultado de la interpolación por rugosidad mínima, población proyectada, Chile, 2020**

(A) Grupos de edad	(B) Población 2020	(C) Edades simples	(D) Población 2020 (Sprague)	(E) Multiplicadores	(F) Población interpolada (Rug. Mín.)	(G) Promedios móviles	(H) Condiciones
0- 4	1,245,395	0	206,320	0.19874	247,513		1,245,395
5-9	1,258,585	1	238,519	0.19939	248,313	0.000	1,258,585
10-14	1,247,578	2	258,930	0.20002	249,103	0.000	1,247,578
15-19	1,236,847	3	269,490	0.20064	249,871	0.001	1,236,847
20-24	1,326,425	4	272,136	0.20122	250,594	0.002	1,326,425
25-29	1,483,179	5	251,788	0.19961	251,226	0.006	1,483,179
30-34	1,455,216	6	251,966	0.19998	251,697	0.011	1,455,216
35-39	1,312,293	7	251,911	0.20019	251,955	0.015	1,312,293
40-44	1,158,477	8	251,662	0.20020	251,972	0.016	1,158,477
45-49	1,217,060	9	251,258	0.20001	251,736	0.016	1,217,060
50-54	1,201,177	10	250,860	0.20139	251,247	0.014	1,201,177
55-59	1,199,134	11	250,629	0.20080	250,520	0.009	1,199,134
60-64	1,005,170	12	249,997	0.20007	249,605	0.002	1,005,170
65-69	754,047	13	248,763	0.19926	248,596	0.000	754,047
70-74	572,158	14	247,329	0.19847	247,610	0.008	572,158
75-79	419,566	15	246,246	0.19954	246,802	0.036	419,566
80+	456,788	16	245,339	0.19920	246,375	0.089	456,788
		17	245,715	0.19933	246,544	0.170	
Total	18,549,095	18	247,958	0.20014	247,539	0.277	18,549,095
		19	251,589	0.20179	249,587	0.412	
		20	255,142	0.19068	252,919	0.585	
		21	258,424	0.19434	257,780	0.565	

(A) Grupos de edad	(B) Población 2020	(C) Edades simples	(D) Población 2020 (Sprague)	(E) Multiplicadores	(F) Población interpolada (Rug. Mín.)	(G) Promedios moviles	(H) Condiciones
		22	263,348	0.19914	264,145	0.357	
		23	270,558	0.20484	271,704	0.095	
		24	278,953	0.21100	279,877	0.013	
		25	286,894	0.19406	287,824	0.448	
		26	294,842	0.19851	294,433	1.065	
		27	300,172	0.20158	298,977	1.462	
		28	301,451	0.20301	301,103	1.424	
		29	299,820	0.20284	300,842	0.952	
		30	298,019	0.20521	298,629	0.312	
		31	295,698	0.20293	295,300	0.080	
		32	292,183	0.20025	291,405	0.023	
		33	287,472	0.19736	287,205	0.027	
		34	281,844	0.19425	282,677	0.098	
		35	275,931	0.21148	277,522	0.363	
		36	270,032	0.20663	271,161	0.457	
		37	263,309	0.20075	263,448	0.290	
		38	255,544	0.19406	254,658	0.033	
		39	247,477	0.18708	245,505	0.157	
		40	239,602	0.20470	237,143	1.415	
		41	231,272	0.19954	231,161	2.642	
		42	226,731	0.19718	228,429	2.905	
		43	227,972	0.19776	229,106	2.040	
		44	232,900	0.20081	232,639	0.630	
		45	237,578	0.19536	237,760	0.040	
		46	242,962	0.19923	242,480	0.704	
		47	246,409	0.20173	245,522	1.264	
		48	246,258	0.20239	246,315	1.129	
		49	243,853	0.20129	244,983	0.420	
		50	241,864	0.20176	242,355	0.017	
		51	239,363	0.19979	239,985	0.364	
		52	238,242	0.19882	238,821	0.591	
		53	239,586	0.19913	239,195	0.392	
		54	242,122	0.20049	240,821	0.034	
		55	243,714	0.20249	242,813	0.315	
		56	245,048	0.20322	243,683	1.142	
		57	243,541	0.20216	242,415	1.803	
		58	237,776	0.19886	238,461	1.886	
		59	229,055	0.19327	231,762	1.348	
		60	220,307	0.22159	222,740	0.508	
		61	211,189	0.21120	212,293	0.118	
		62	201,438	0.20012	201,159	0.002	
		63	191,296	0.18896	189,936	0.027	
		64	180,940	0.17812	179,043	0.081	
		65	170,237	0.22375	168,720	0.110	
		66	159,139	0.21094	159,060	0.126	
		67	149,192	0.19907	150,110	0.125	

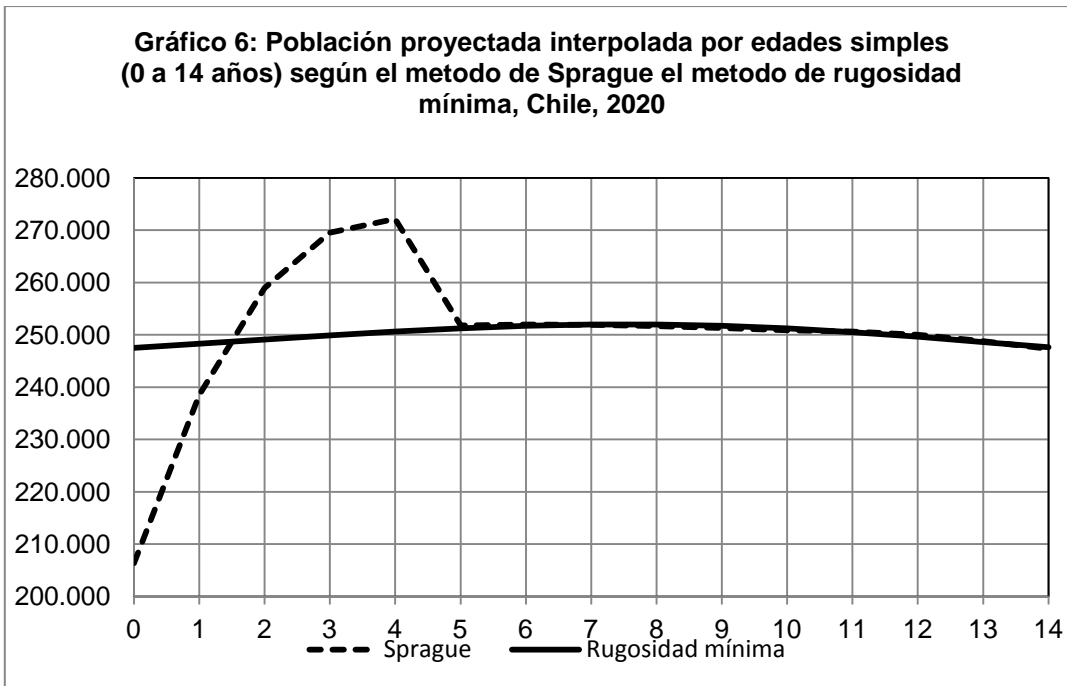
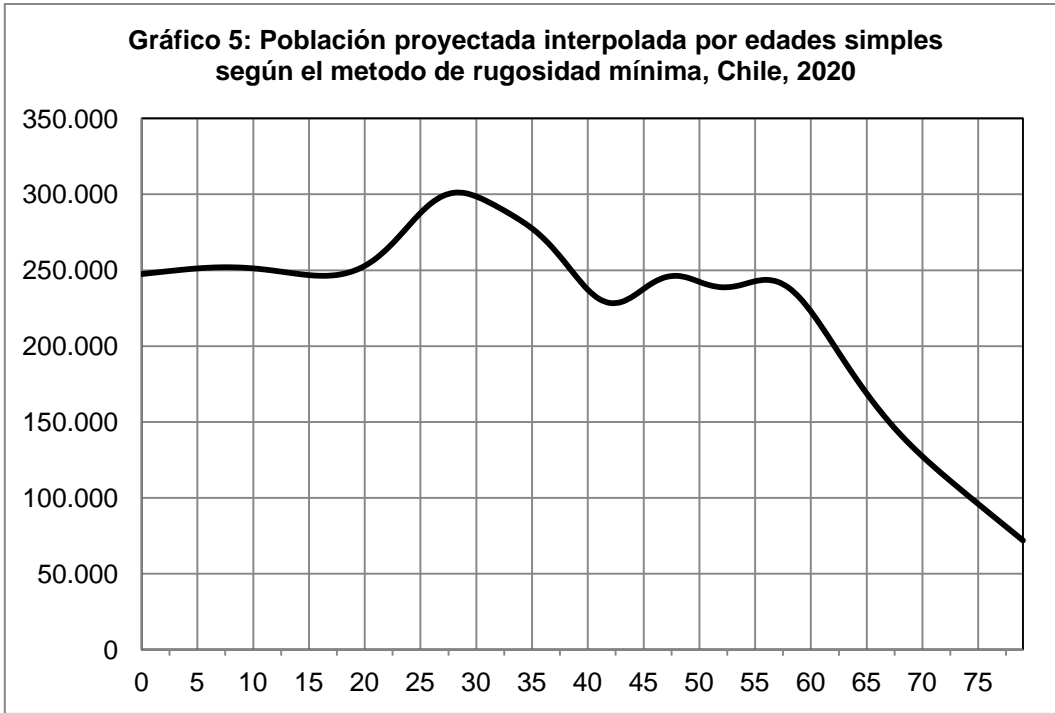


(A) Grupos de edad	(B) Población 2020	(C) Edades simples	(D) Población 2020 (Sprague)	(E) Multiplicadores	(F) Población interpolada (Rug. Mín.)	(G) Promedios moviles	(H) Condiciones
		68	141,127	0.18814	141,868	0.110	
		69	134,352	0.17809	134,289	0.075	
		70	127,470	0.22242	127,258	0.039	
		71	120,685	0.21082	120,622	0.019	
		72	114,197	0.19970	114,260	0.007	
		73	107,944	0.18887	108,063	0.002	
		74	101,862	0.17819	101,954	0.001	
		75	95,886	0.22857	95,900	0.001	
		76	89,953	0.21425	89,891	0.000	
		77	83,998	0.19999	83,907	0.000	
		78	77,958	0.18573	77,926	0.000	
		79	71,771	0.17147	71,941		
		80+	456,788				
		Total	18,549,095			32.321	

El Grafico 5 muestra la distribución de la población por edades simples según el uso del método de la rugosidad mínima. Al utilizar este método la variación espuria desaparece y la curva se suaviza, proporcionando una distribución por edades simples más plausible (considerando los datos agrupados). El resto de la curva permanece igual. El Grafico 6 muestra una ampliación de la porción inicial de las distribuciones por edades simples según ambos métodos (0 a 14 años). Aquí se aprecia más claramente el resultado más creíble del método de la rugosidad mínima.

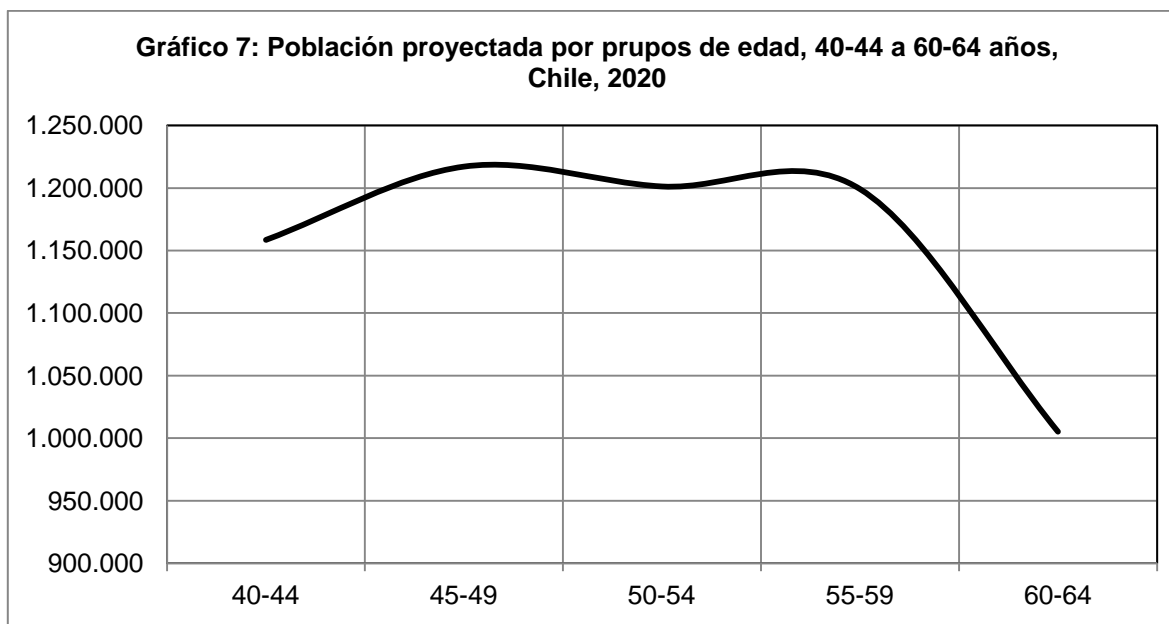
Es importante notar que la distribución de la población por edades simples, según ambos métodos, tiene otras fluctuaciones (ver Gráficos 4 y 5). Entre los 20 y los 42 años se produce un incremento de la población que llega a su cúspide en los 28 años. Después de los 42 años se produce una fluctuación en zigzag entre dicha edad y los 60 años. Estas no se tratan de variaciones espurias ya que se encuentran en la distribución por edades quinquenales (ver Gráfico 3). Ambos métodos de interpolación simplemente las capturan.

La fluctuación más interesante es esta última, la que se presenta entre los 40 y 60 años. Esta apenas se percibe en el Gráfico 3. En el Gráfico 7 aparece ampliada. Esta oscilación es bastante débil y se podría sospechar que el método de la rugosidad mínima la suavizara. Sin embargo la mantuvo, siguiendo la tendencia establecida por la distribución por grupos de edades (ver Gráfico 5).



Puede suceder que el algoritmo numérico de minimización no converja, esto es, que *Solver* no entregue una solución. Una alternativa es cambiar, en la formula de los promedios móviles, la constante por la que se multiplica la diferencia por otro múltiplo de 10 (por ejemplo 100 o 10,000). Si esto no da resultado, se pueden usar

otras formulas para calcular la *rigurosidad mínima*. Esta última alternativa es más complicada y va más allá de los propósitos de este artículo. Sin embargo, las operaciones aquí propuestas, en general, producen una interpolación sin variaciones espurias que frecuentemente aparecen con otros métodos de interpolación.

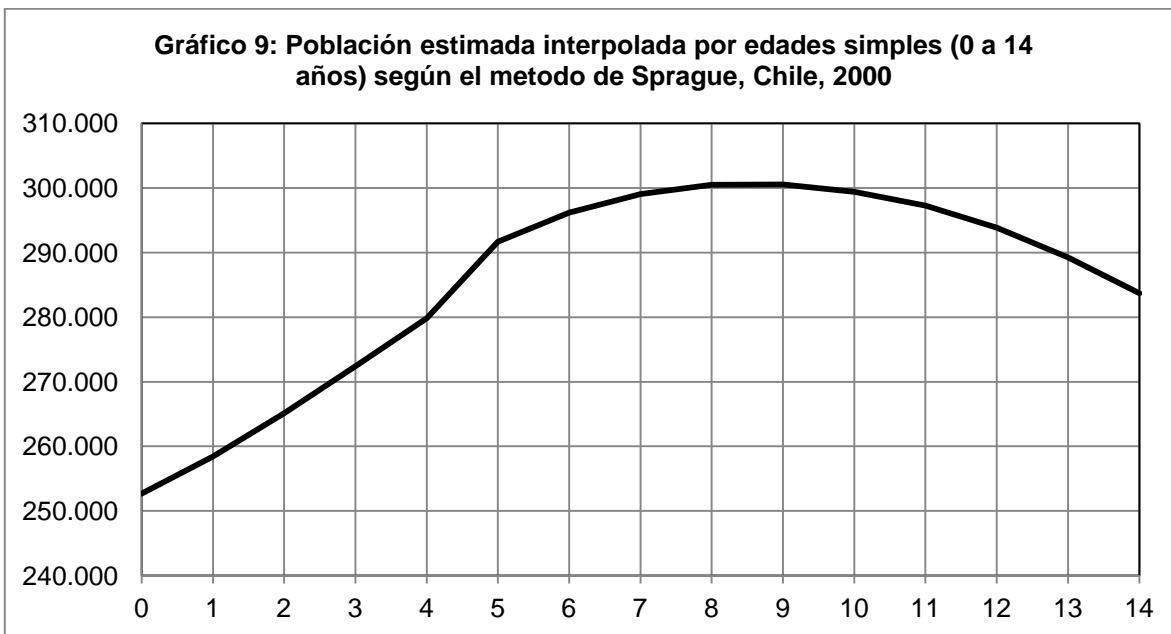
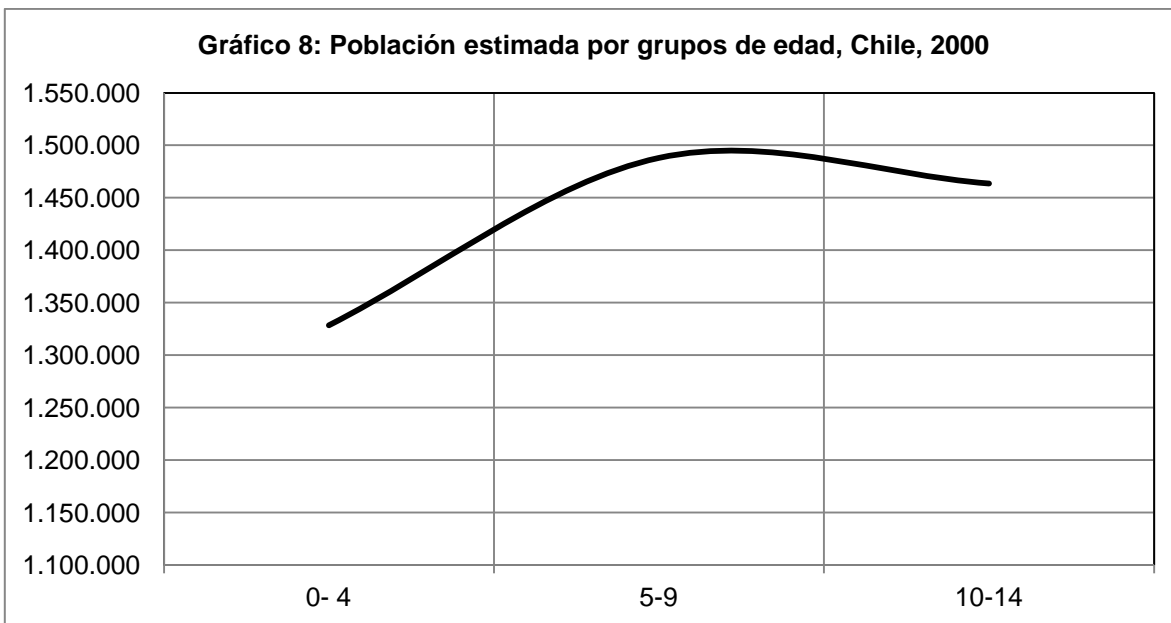


**EJEMPLO 2: ESTIMACION LA POBLACIÓN NACIONAL DE CHILE, AÑO 2000, EDADES DE 0 A 9 AÑOS**

Como segundo ejemplo se consideró la estimación de la población chilena para el año 2000 según el mismo ejercicio de estimaciones y proyecciones utilizado anteriormente. Esta vez, sin embargo, la atención se centró en dos grupos de edades: 0-4 y 5-9. Esta vez se trata de una estimación y no de una proyección.

El Gráfico 8 muestra la distribución de la población estimada para el año 2000 por grupos quinquenales de edad desde 0-5 hasta 20-24 años. En el Grafico 9 se muestra la misma población desagregada por edades simples según los multiplicadores de Sprague. Hasta los 4 años los datos forman una línea recta pero al pasar de los 4 a los 5 años se produce una inflexión según la cual la recta aumenta su inclinación. Esta inflexión es espuria ya que no se presenta en los datos por edades agrupadas. Supóngase que solo es necesario desagregar estos dos grupos de edad ya que en este caso no se requiere desagregar la distribución

completa (por ejemplo, la desagregación se necesita para estimar vacunas o matriculas escolares).

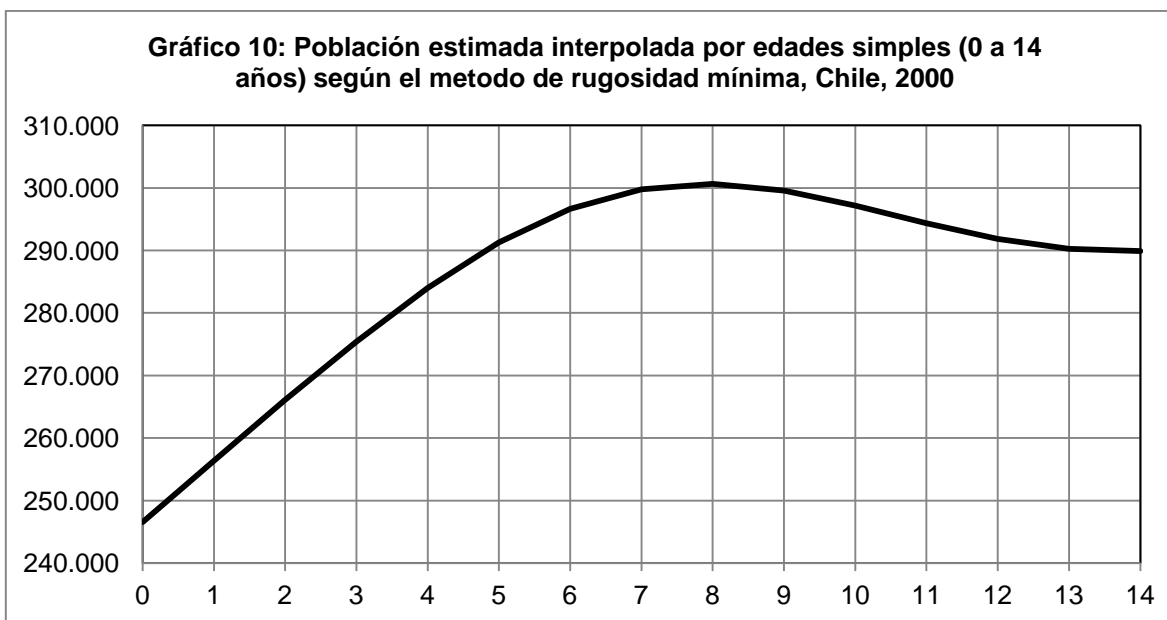


El Cuadro 4 muestra las operaciones de interpolación por rugosidad mínima utilizando sólo tres grupos de edad (0-4, 5-9 y 10-14). El Gráfico 10 muestra la distribución de las edades simples para los tres primeros grupos de edad. Como se puede apreciar, la inflexión ya no se presenta.

**Cuadro 4: Resultado de la interpolación por rugosidad mínima de tres grupos de edad (0-4, 5-9 y 10-14), población estimada, Chile, 2000**

(A) Grupos de edad	(B) Población 2020	(C) Edades simples	(D) Población 2020 (Sprague)	(E) Multiplicadores	(F) Población interpolada (Rug. Mín.)	(G) Promedios móviles	(H) Condiciones	
0- 4	1,328,435	0	252,679	0.18559	246,540		1,328,435	
5-9	1,487,986	1	258,410	0.19300	256,382	0.004	1,487,986	
10-14	1,463,554	2	265,118	0.20031	266,095	0.037	1,463,554	
Total	4,279,975	3	272,395	0.20733	275,426	0.147		
		4	279,833	0.21378	283,992	0.407		
		5	291,696	0.19575	291,280	0.917		
		6	296,174	0.19937	296,654	1.255		
		7	299,069	0.20147	299,787	1.269		
		8	300,493	0.20206	300,668	0.953		
		9	300,554	0.20134	299,596	0.448		
		10	299,419	0.20306	297,185	0.043		
		11	297,265	0.20113	294,361	0.027		
		12	293,886	0.19942	291,865	0.195		
		13	289,271	0.19832	290,251	0.393		
		14	283,713	0.19807	289,892	0.129		
							6.223	

**Gráfico 10: Población estimada interpolada por edades simples (0 a 14 años) según el método de rugosidad mínima, Chile, 2000**



Este ejemplo muestra que una interpolación grupal puede hacerse considerando solo una parte de la distribución completa de la población por grupos de edades. Se sigue el mismo procedimiento del caso de la distribución completa. Se puede desagregar un mínimo de tres grupos de edades. Sin embargo, es importante notar que los resultados en una interpolación grupal de solo una parte de la distribución entrega un resultado un poco diferente al que se obtiene con la distribución completa. Con todo, las diferencias son bastante pequeñas. En todo caso, es conveniente desagregar la distribución completa si es que se está utilizando este procedimiento dentro de un ejercicio integral de proyecciones de población.

Es importante recordar que en la estimación original la población de 0 a 4 años por edades simples fue obtenida aplicando a la población de 5 a 9 años en 2005 (por edades simples, desagregada por los multiplicadores de Sprague) probabilidades de sobrevivencia a fin de rejuvenecer dicha población a 0 a 4 años en el año 2000. La población 5 a 9 años por edades simples en el año 2000 fue desagregada de la manera usual (aplicación directa de los multiplicadores de Sprague). La fluctuación observada en el Grafico 9 se debe al uso de diferentes métodos para desagregar la población en edades simples. Así, dicha oscilación se debería de un factor espurio y no a la influencia substantiva de uno o más componentes.

La fluctuación en la curva es bastante pequeña y puede juzgarse innecesario prestarle atención. Sin embargo, en las edades consideradas, la precisión puede ser más importante que en otras edades teniendo en cuenta que se requieren para estimar necesidades y cobertura de inmunizaciones y de otras necesidades de salud, y también de educación, de la población infantil.

### **EJEMPLO 3: ESTIMACION LA POBLACIÓN DE LA REGIÓN METROPOLITANA, AÑO 1995.**

Las proyecciones analizadas anteriormente se realizaron también por regiones (véase Instituto Nacional de Estadísticas, INE, 2004). Hay algunos casos con inconsistencias realmente serias en la estructura por edades simples resultantes del método de interpolación utilizado. Aquí se revisó el caso de la Región Metropolitana en el año 1995. Se seleccionó la estimación para ese año porque representa una situación de inconsistencias extremas en la estructura por edades simples.

El Cuadro 5 muestra los resultados de la interpolación cuando se utilizan los multiplicadores de Sprague y el método de la rugosidad máxima. El Grafico 11 muestra el gráfico de la población por grupos de edades, el Grafico 12 la desagregación de dicha población según los multiplicadores de Sprague y el Gráfico 13 los resultados de la interpolación según el método de la rugosidad mínima.

**Cuadro 5: Resultados de las interpolaciones por multiplicadores de Sprague y por rugosidad mínima, Región Metropolitana, Chile, población estimada, 1995**

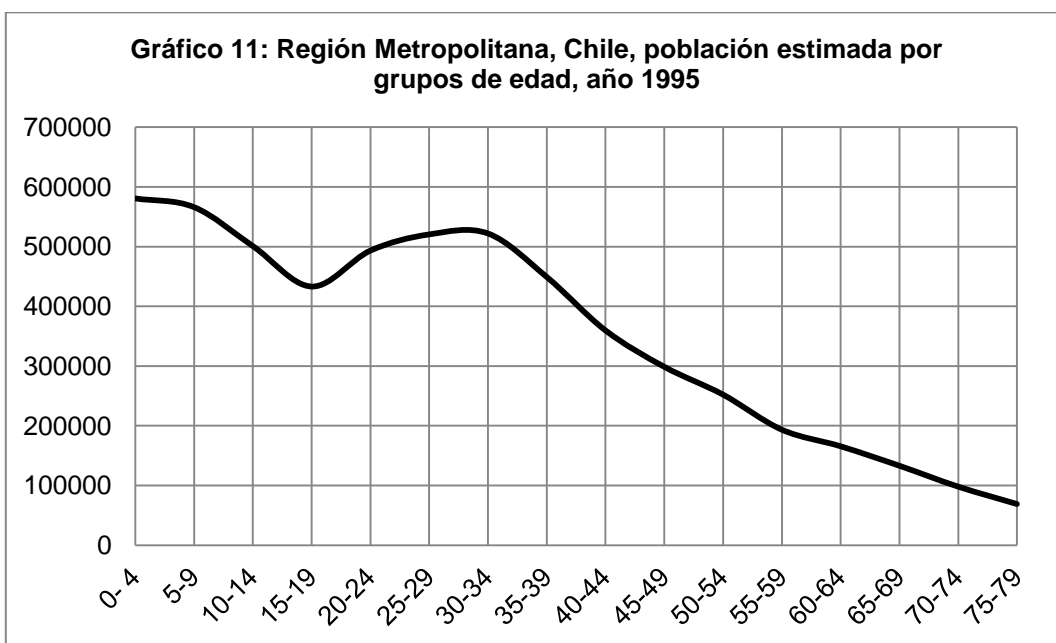
Grupos de edad	Población por grupos quinquenales, 1995	Edades simples	Población 1995 (Sprague)	Población interpolada (Rug. Mín.)
<b>0- 4</b>	580855	0	114490	116508
<b>5-9</b>	566197	1	115056	116370
<b>10-14</b>	500988	2	115111	116217
<b>15-19</b>	433261	3	116116	116021
<b>20-24</b>	493496	4	120082	115739
<b>25-29</b>	520616	5	116796	115307
<b>30-34</b>	522177	6	115464	114642
<b>35-39</b>	449313	7	113693	113656
<b>40-44</b>	359751	8	111350	112253
<b>45-49</b>	298797	9	108894	110339
<b>50-54</b>	252203	10	106413	107808
<b>55-59</b>	193477	11	103090	104543
<b>60-64</b>	165682	12	99987	100603
<b>65-69</b>	133066	13	96924	96222
<b>70-74</b>	98089	14	94574	91813
<b>75-79</b>	68934	15	84848	87982
<b>80+</b>	65674	16	82638	85515
		17	84788	84850
		18	88375	86058
		19	92612	88857
		20	97151	92632
		21	99762	96434
		22	99099	99613
		23	99163	101819
		24	98321	102998
		25	104306	103404
		26	103573	103589
		27	103364	103902
		28	104082	104479
		29	105291	105243
		30	106183	105926
		31	106287	106070

Grupos de edad	Población por grupos quinquenales, 1995	Edades simples	Población 1995 (Sprague)	Población interpolada (Rug. Mín.)
		32	106063	105378
		33	103368	103713
		34	100276	101091
		35	97597	97687
		36	93470	93842
		37	89810	89831
		38	86036	85865
		39	82400	82088
		40	78341	78570
		41	74922	75310
		42	71325	72292
		43	68801	69486
		44	66362	66854
		45	63918	64360
		46	61593	61979
		47	59700	59692
		48	57588	57475
		49	55998	55302
		50	54274	53163
		51	52861	51058
		52	50922	48987
		53	48376	46950
		54	45770	44954
		55	42401	42998
		56	39910	41095
		57	38025	39323
		58	36747	37732
		59	36394	36325
		60	35595	35056
		61	34499	33853
		62	33267	32673
		63	31886	31461
		64	30435	30228
		65	29222	28939
		66	27894	27631
		67	26649	26301
		68	25309	24954
		69	23992	23553
		70	22486	22129
		71	21076	20709
		72	19504	19269
		73	18167	17857
		74	16856	16518
		75	15759	15417
		76	14682	14561
		77	13578	13881

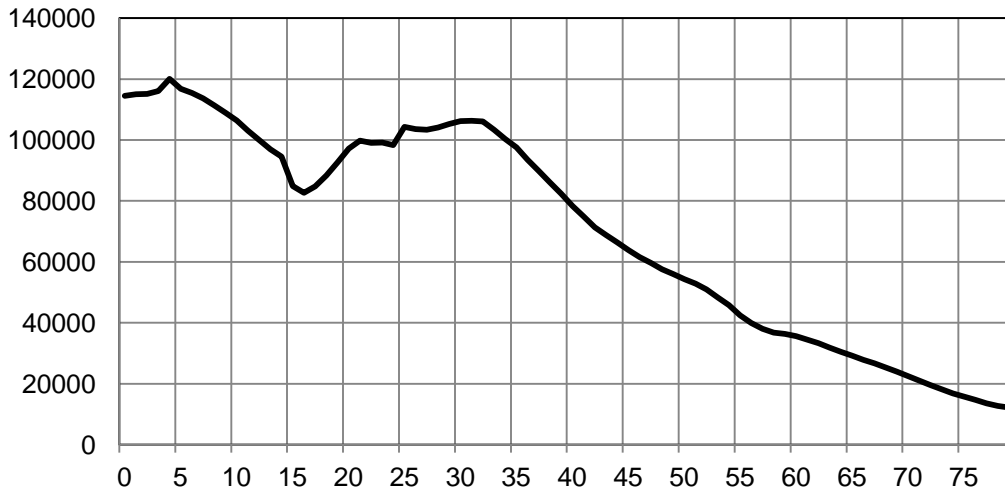


Grupos de edad	Población por grupos quinquenales, 1995	Edades simples	Población 1995 (Sprague)	Población interpolada (Rug. Mín.)
		78	12752	13485
		79	12163	13401
		85+	2649	

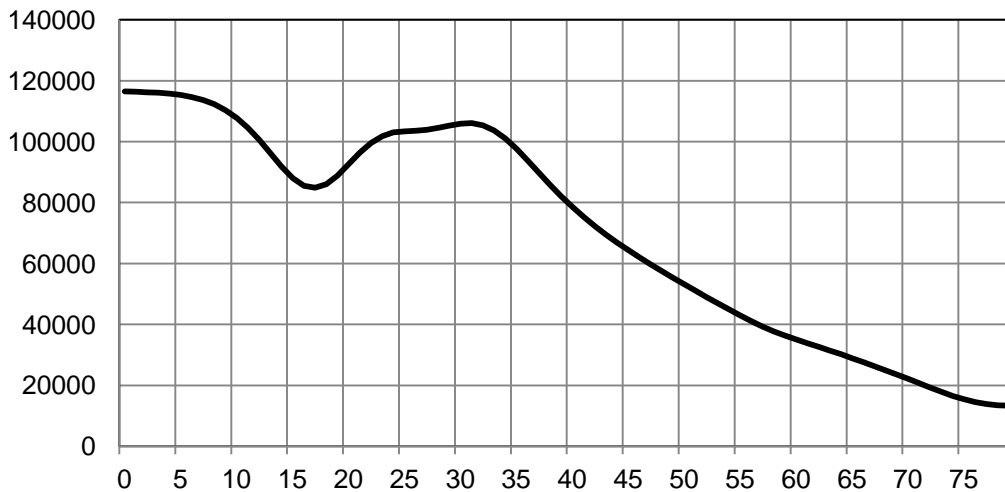
El Gráfico 11 muestra que la distribución de la población por grupos de edad no tiene irregularidades evidentes. La distribución corresponde a una población con una fuerte inmigración familiar, con predominio de adultos de media edad y niños. La distribución por edades simples, en el Gráfico 12, muestra una tendencia similar pero con irregularidades bastante notorias. Estas anomalías no son el resultado de la dinámica demográfica sino que discontinuidades causadas por la interpolación basada en el método de los multiplicadores de Sprague. En otras palabras, se trata de variaciones espurias. El gráfico 13 muestra la distribución por edades simples calculadas con el método de la rugosidad mínima. Las variaciones espurias desaparecieron de la distribución y esta aparece suavizada y más probable que la anterior. Los cálculos respectivos aparecen en el Cuadro 5.



**Gráfico 12: Región Metropolitana, Chile, población estimada por edades simples, año 1995, interpolación por multiplicadores de Sprague**



**Gráfico 13: Región Metropolitana, Chile, población estimada por edades simples, año 1995, interpolación por método de rugosidad mínima**



Este ejemplo muestra una vez más la capacidad del método para obtener resultados más probables cuando se realizan interpolaciones en datos agrupados. Se evitan las irregularidades que a veces se producen utilizando métodos basados en multiplicadores

## CONCLUSIONES

El método de la rugosidad mínima proporciona un mecanismo adecuado, efectivo y conveniente para calcular las edades simples en una estimación o proyección de la población. Este método soslaya los problemas del uso de multiplicadores, especialmente las *variaciones espureas* que son variaciones accidentales que no resultan de la dinámica demográfica sino de artefactos matemáticos. Independientemente de su capacidad de evitar variaciones espureas, el método es conveniente en sí mismo y representa una alternativa ventajosa al uso de multiplicadores.

Este método se basa en la teoría de la optimización la cual es conocida desde hace mucho tiempo. No ha sido utilizado ya que es, operacionalmente, bastante complejo. Por esta razón, los métodos basados en multiplicadores han sido ampliamente preferidos. Sin embargo, con la popularización de computadores personales y programas como Excel la utilización de este método proporciona resultados de manera rápida y simple.

Este método también se puede utilizar para suavizar datos censales distribuidos por edades simples. Debido principalmente a la preferencia de dígitos, los datos por edades simples de los censos presentan un zigzag que indica errores en la declaración de las edades individuales. Los datos se pueden distribuir en grupos de edades quinquenales y calcular las edades intermedias individuales con el método de la rugosidad mínima y obtener una distribución suavizada. Esta distribución sería más cercana a la realidad ya que tendería a distribuir las personas cuya edad se reportó erradamente a la edad correcta (ver también Feeney, 1979)

Es importante mencionar una última advertencia referida a cualquier método de interpolación. Esta se utiliza porque faltan datos o porque se supone que los datos disponibles contienen errores. Sin embargo, la exactitud de los valores interpolados tiene un componente de incertidumbre. En general, se considera que una interpolación corrige errores y proporciona datos cercanos a la realidad pero no se pueden descartar posibles imprecisiones.

## REFERENCIAS

Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE). 1984. *Métodos para Proyecciones Demográficas*. LC/DEM/CR/G.5, CELADE, San José.

Feeney, G. 1979. "A technique for correcting age distributions for heaping on multiples of Five", *Asian and Pacific Census Forum* 5(3):12-14

Feeney, G. 2014. *The Demography-Statistics-Information Technology Letter* (Fecha de recuperación del documento: 25 de Enero de 2015). Sitio web: <http://demographer.com/> (Sitio de Griffit Feeney)

Instituto Nacional de Estadísticas (INE) & Comisión Económica para América Latina, (CEPAL). 2004. *Chile: Proyecciones y Estimaciones de Población. Total País, 1950-2050*. Instituto Nacional de Estadísticas (Publicación en Convenio con la Comisión Económica para América Latina y El Caribe), Santiago.

Instituto Nacional de Estadísticas (INE). 2004. *Chile: Estimaciones y Proyecciones de Población por Sexo y Edad. Regiones 1990-2020, Urbana-Rural*, Instituto Nacional de Estadísticas, Santiago.

Naciones Unidas.1956. *Manual III: Métodos para preparar proyecciones de población por sexo y edad*. ST/SOA/Serie A No 25, Naciones Unidas, Nueva York.

Shryock, H., J. Siegel & Associates.1976.*The Methods and Materials of Demography*, Academic Press, Nueva York.

Smith, S. K., J. Tayman & D. A. Swanson. 2001. *State and Local Population Projections. Methodology and Analysis*. Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York.